ORSAY
n° d'ordre : 2935

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR 3° CYCLE

SPECIALITE : MATHEMATIQUES STATISTIQUES

PAR

Mme LEZZAR née MESBAH Djenat

SUJET : QUELQUES METHODES D'ANALYSE APPLIQUEES AUX TESTS DE DEGUSTATION

soutenue le 06 JANVIER 1981 devant la Commission d'examen

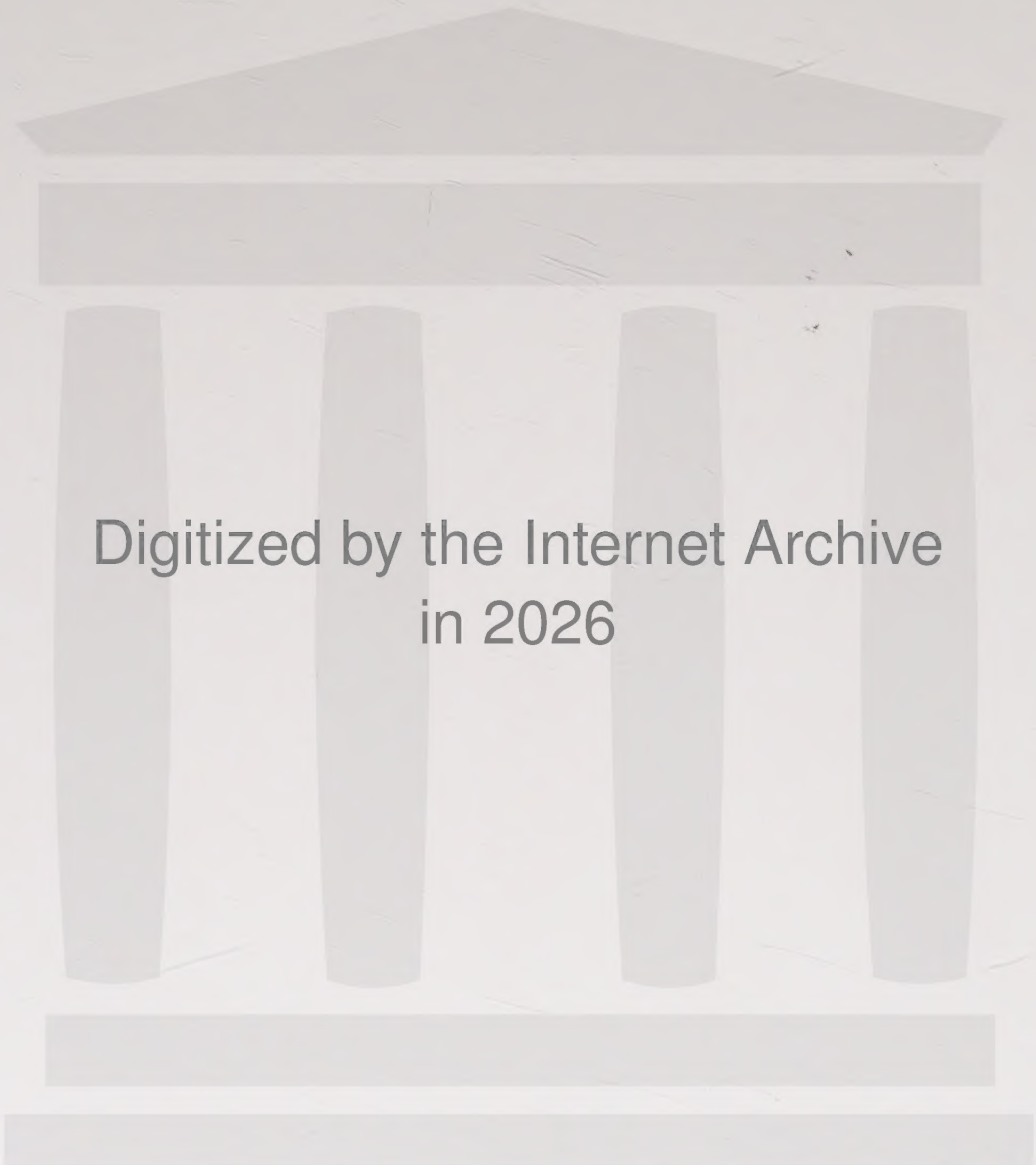
MM. DACUNHA CASTELLE Président

TOMASSONE

COURSOL

Code matière AMS : 62 H 25, 62 J 05

Mots-Clefs : Analyse multidimensionnelle
Régression linéaire


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547318_0022

ORSAY
n° d'ordre : 2935

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR 3° CYCLE

SPECIALITE : MATHEMATIQUES STATISTIQUES

PAR

Mme LEZZAR née MESBAH Djenat

SUJET : QUELQUES METHODES D'ANALYSE APPLIQUEES AUX TESTS DE DEGUSTATION

soutenue le 06 JANVIER 1981 devant la Commission d'examen

MM. DACUNHA CASTELLE Président

TOMASSONE

COURSOL

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

TABLE DES MATIERES

pages

INTRODUCTION

1. Cas particulier ayant servi de support à l'étude..... 1
2. Objectifs du travail..... 2
3. Description des données de base 3
4. Description des données supplémentaires 7
5. Discussion de la structure des données de base..... 7

I - PREMIERE PARTIE : ETUDE DES COMPORTEMENTS COMMUNS DES JUGES.

I.1. Transformations des données pour l'étude des caractéristiques communes de comportements des juges.... 9

I.2. Etude des liaisons entre notes partielles 11

I.3. Prédiction de la note globale par les notes partielles 23

II - DEUXIEME PARTIE : ETUDE DES ECARTS AU COMPORTEMENT COMMUN CLASSIFICATION DES JUGES.

II.1 Etude des différences entre corrélations individuelles et corrélations moyennes : ACP sur les juges représentés par les matrices de corrélations des 9 notes 28

II.2. Approximation de la matrice de corrélation des 9 notes par une matrice de corrélation dépendant d'un petit nombre de paramètres..... 37

II.3. Comparaison avec les résultats des expériences complémentaires : approximation de la matrice de corrélation..... 47

II.4. ACP sur les juges représentés par les 6 corrélations..... 48

II.5. Prédiction de la note globale par les notes partielles..... 55

II.6. Comparaison avec les régressions globales du § I.3. Tests..... 58

II.7. Classification des juges représentés par les coefficients de régression des 4 notes..... 60

III - TROISIEME PARTIE : APPLICATION DE STATIS POUR UNE ETUDE CONJOINTE DE TABLEAUX.

III.1. Données soumises - Aperçu de la méthode..... 65

III.2. Autre façon de traiter STATIS : Approche avec l'ACP 78

III.3. Discussion de la méthode : normalisation des données 80

III.4. Application de STATIS aux tests de dégustation..... 82

III.5. Etude de certaines caractéristiques des juges étudiés pour STATIS..... 88

III.6. Comparaison des résultats de STATIS avec ceux de l'ACP sur les juges représentés par les matrices de corrélation entre les 9 notes..... 90

III.7. Conclusion..... 90

CONCLUSION..... 93

ANNEXE 94

BIBLIOGRAPHIE 119

INTRODUCTION

La poussée démographique oblige l'homme de plus en plus à adapter la nature à ses besoins, et ceci par l'introduction de la mécanique et de la chimie, afin de produire plus en agriculture, en arboriculture, ainsi qu'en élevage, etc... ; mais un des défauts de cette modernisation est une diminution de la qualité en faveur de l'augmentation de la quantité ; donc le problème de l'amélioration de la qualité des produits alimentaires se pose avec acuité, et c'est ce qui a motivé notre étude sur l'analyse sensorielle.

L'analyse sensorielle porte sur la valeur gustative des aliments, c'est-à-dire sur des caractères qui ne peuvent être définis à partir de mesure d'instruments physiques ou chimiques ; il est donc nécessaire d'utiliser des jurés qui n'ont pas toujours les qualités des instruments de mesure, à savoir :

- la fidélité
- l'identité possible de 2 ou plusieurs instruments
- etc...

mais ont des réactions individuelles qui peuvent varier dans le temps.

L'étude est relative à une situation fréquemment rencontrée : plusieurs jugements sont portés sur une même unité.

1. CAS PARTICULIER AYANT SERVI DE SUPPORT A L'ETUDE.

Ce cas porte sur l'étude des tests de dégustations du concours agricole pour l'attribution des médailles.

Le juge reçoit des poulets à déguster, 3 morceaux de chaque poulet ; note les qualités de chacun des morceaux que nous convenons d'appeler notes partielles, et met aussi une note globale sur tout le poulet. Donc les résultats des tests, qui ont servi de base à notre étude, sont donnés sous forme de notes.

L'expérience de dégustation sera décrite en détail au § 3.

2. OBJECTIFS DU TRAVAIL.

L'étude est limitée à l'ensemble des juges ayant opéré au concours agricole pendant une période de cinq années. L'extension des résultats obtenus à une population, dont ces juges seraient un échantillon, ne sera pas abordée.

L'étude porte sur le comportement des juges, cherchant successivement :

1er) leurs caractères communs (les facteurs constants dans la constitution de leurs jugements).

2ème) les divergences d'appréciation et la définition éventuelle de sous-ensembles.

Les problèmes que j'ai voulu plus particulièrement étudier, pour chacun des 2 cas, sont les suivants :

2.1.) Caractères communs :

a) Analyse des relations entre les notes partielles, et recherche des facteurs communs sous-jacents. Les relations éventuelles entre notes partielles peuvent être interprètées :

. comme liaisons intellectuelles et ce sont donc les juges qui notent de façon correlée.

. ou comme liaisons objectives des caractères du poulet.

Nous traitons plus loin l'interprétation de ces liaisons.

b) Prédiction de la note globale à partir des notes partielles, et qualité de cette prédiction.

Conséquence pratique de cette étude.

Si les relations existantes sont très fortes, il sera possible de simplifier les tests de dégustations, en réduisant le nombre de notes sans trop de perte d'information.

2.2.) Divergences d'appréciation :

a) Etude des différences de comportement entre juges, et éventuellement classification des juges en sous-groupes homogènes.

b) Conséquences de ces différences pour le jugement des poulets :

. recherche d'un compromis entre les divers jugements.

. divergences entre l'analyse des propriétés des poulets par les sous-groupes homogènes et le compromis.

Remarque : L'étude comporte donc deux parties, porte soit uniquement sur les 9 notes partielles dont nous parlerons plus loin, soit sur toutes les notes (les 9 notes partielles et la note globale).

Généralité de la méthodologie utilisée.

Nous pouvons traiter ces tests de dégustation par l'analyse procustéenne, mais nous avons centré notre travail sur d'autres analyses.

Les méthodes utilisées, pour traiter ce cas particulier (tests de dégustations de poulets), peuvent aussi s'appliquer à d'autres problèmes que l'analyse sensorielle, et plus précisément, à tout problème où plusieurs notes sont attribuées à chaque individu, par exemple l'analyse d'un jury d'examens.

3. DESCRIPTION DES DONNEES DE BASE.

Nous disposons de données, qui, fournies par le ministère de l'agriculture, sont les résultats des dégustations effectuées pour les concours agricoles de cinq années consécutives.

Les juges sont suivis d'année en année. Ils sont au nombre de 56 et numérotés de 1 à 56.

Par année, les données comportent les résultats de 6 à 12 séances de dégustations.

Par séance :

- 2 à 4 marques sont étudiées (24 en tout) et 2 à 4 poulets par marque.

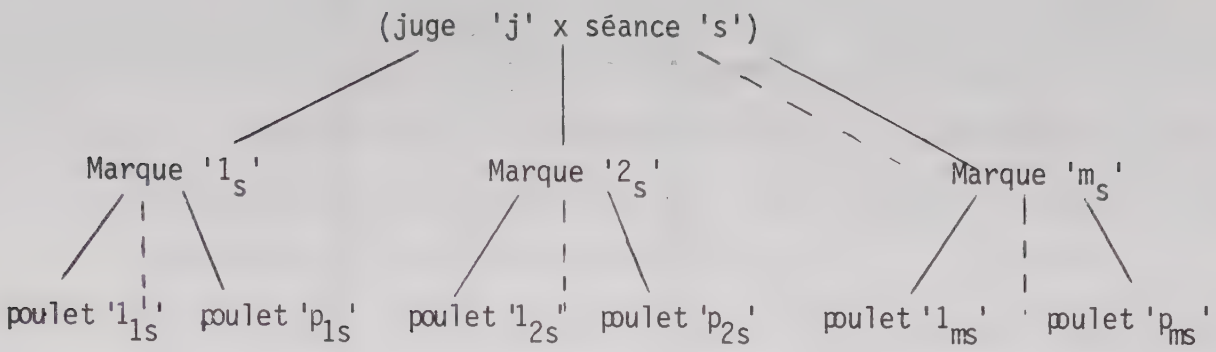
- Le jury est composé de 5 à 8 personnes, qui ne sont pas forcément les mêmes d'une séance à l'autre. Les données sont présentées en annexe.

A titre d'exemple, nous indiquons dans le tableau suivant la composition des jurys des différentes séances de l'année 1976 (une croix indique la présence du juge, un blanc indique son absence).

séance / juge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1				X							
3											
4	X								X		
5	X				X			X			
7							X				X
8											X
9		X				X				X	
11											
12			X								X
13											
15			X				X				X
16	X										
18			X				X				X
19		X				X				X	
20											
22	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X
24											
25								X			
26		X				X				X	
27		X				X				X	
28					X						
29		X				X				X	
30						X				X	
31											
32				X							
33											
34					X				X		
36											
38											
39	X				X				X		
40					X				X		
41	X								X		
42				X				X			
43								X			
44				X				X			
45											
46		X				X				X	
47											
48		X				X				X	
49											
53											
54							X				X
55			X			X					X
56											

Présence-absence des juges pendant les séances de dégustations de l'année 1976

Dans chaque case contenant la croix, nous avons la structure suivante :



Représentation schématique des données

m_s : le nombre de marques correspondant à la séance 's' .
p_{ms} : le nombre de poulets de la $m^{ème}$ marque pour la séance 's'.
Le plus souvent $m_s = 3$ et $p_{ms} = 2$.

Seule l'année 1976 a été donnée comme exemple, les tableaux récapitulatifs aux autres années ont des structures analogues.

Nous faisons remarquer le manque de stabilité du jury (beaucoup de cases vides dans le tableau ci-dessus). Il est très difficile de retrouver un même groupe de juges qui ont assisté à plusieurs séances.

Présentation de l'expérience de dégustations :

Le juge reçoit 3 morceaux de poulet pris dans la peau, le blanc et la cuisse (l'ordre dans lequel sont présentés les poulets est aléatoire).

Pour chaque morceau, le juge classe la flaveur, la tendreté et la jutosité, chacune dans une échelle ordonnée à laquelle correspondent des notes partielles (sur 5) présentées dans le tableau suivant :

Flaveur	notes correspondantes sur 5	Tendreté	notes correspondantes sur 5	Jutosité	notes correspondantes sur 5
très agréable	5	très tendre	5	très juteux	5
agréable	4	tendre	4	juteux	4
assez agréable	3	assez tendre	3	assez juteux	3
faible	2	un peu dure	2	un peu sec	2
nulle	1	dur	1	sec	1
mauvais	0	très dur	0	très sec	0

Présentation de l'échelle - notes correspondantes

Le juge met aussi une note globale (sur 10) sur tout le poulet, il met donc 10 notes en tout :

- 9 partielles, 3 par morceau, chacune réflètant l'intensité de la flaveur, de la tendreté et de la jutosité du morceau.
- une globale, traduisant l'influence globale du juge par le poulet.

Le juge fait donc plusieurs jugements sur un même poulet.

Remarque : Les notes partielles semblent présenter une structure hiérarchique à savoir une hiérarchisation des qualités : flaveur, tendreté et jutosité dans chaque morceau ; mais en fait, il s'agit d'une structure factorielle que l'on voit d'ailleurs bien dans le tableau suivant :

qualités / morceaux	Flaveur	Tendreté	Jutosité
Peau			
Blanc			
Cuisse			

Structure factorielle des notes partielles

4. DESCRIPTION DES DONNEES SUPPLEMENTAIRES.

Pour l'obtention de quelques résultats supplémentaires complètant des études antérieures, une expérience complémentaire de 3 séances a été faite ; elle est de structure différente de la précédente (cf. annexe pour les données).

Les juges ont été pris parmi les 56 et ont assisté chacun aux 3 séances.

Les marques sont les mêmes pour les 3 séances.

L'expérience de chaque séance consiste à faire déguster au juge 2 poulets par marque de 3 marques différentes. Chaque poulet est divisé en 2 moitiés ; le juge, sans être informé de la structure supplémentaire "demi-poulet", met comme précédemment 9 notes partielles, 3 sur la peau, 3 sur le blanc et 3 sur la cuisse et ceci pour chaque moitié de poulet.

On considère qu'il n'y a pas de différence entre la moitié droite et la moitié gauche ; la vésicule biliaire se trouvant du côté droit, pourrait éventuellement donner un goût particulier si le poulet était effilé ; les poulets dégustés ont été éviscérés à l'abattage.

L'organisation de cette expérience est un peu différente de celle des séances de dégustation présentées en § 3 (le but était plutôt d'estimer la variabilité individuelle des juges).

Nous n'utiliserons donc pas toujours cette information supplémentaire par ailleurs peu importante par rapport à celle fournie par les données de base.

5. DISCUSSION DE LA STRUCTURE DES DONNEES DE BASE.

Pour chaque séance, les données ont une double structure :

- la structure factorielle 'juge-marque'
- la structure hiérarchique 'marque-poulet' dans la marque.

D'après les études faites par ailleurs (communication personnelle de M^{lle} Aoulmi), les différences entre marques sont beaucoup moins marquées que les différences entre poulets d'une même marque ; nous avons donc négligé les différences entre

marques.

Pour faire une typologie des juges, nous nous sommes intéressés uniquement aux caractéristiques de chaque juge relativement stables de séance en séance, et donc nous avons considéré que chaque juge avait un comportement approximativement constant dans le temps.

I

PREMIÈRE PARTIE

ETUDE DES COMPORTEMENTS COMMUNS DES JUGES

Dans la recherche des caractères communs, on s'intéresse à ce qui reste valable pour l'appréciation de n'importe quel juge sur n'importe quel poulet. Pour traiter ce problème, j'ai donc choisi d'ignorer le facteur juge, et de traiter comme éléments d'une population non structurée l'ensemble de 1542 jugements émis.

I.1) TRANSFORMATIONS DES DONNEES POUR L'ETUDE DES CARACTERISTIQUES COMMUNES DE COMPORTEMENTS DES JUGES.

L'étude des résultats obtenus juge par juge montre des différences importantes entre juges, à savoir que certains juges notent de façon très resserrée, d'autres au contraire, utilisent toute l'échelle proposée pour la notation des poulets, ces derniers auraient donc un poids supérieur, si nous prenions les

notes brutes, alors que nous attachons le même intérêt à chaque juge.

En outre, il y a des juges qui mettent plutôt des notes basses, et d'autres des notes élevées. Il s'agit là de différences évidentes que nous n'avons pas jugé utile à étudier particulièrement. Pour cela, nous sommes donc amenés à transformer les résultats bruts, et à standardiser les notes de chaque juge, en les ramenant à une moyenne nulle, et à une même variance, autrement dit, si un juge met une note $x^{(t)}$ et un autre une note qui est une transformation affine de $x^{(t)}$, ces deux juges sont considérés comme identiques. La standardisation ramène en effet ces deux notes à la même valeur.

Nous n'avons gardé que les juges ayant dégusté un nombre suffisant de poulets, ce qui permet de considérer qu'ils ont eu à connaître un échantillon aléatoire suffisamment important, pour que la moyenne de l'échantillon diffère peu de celle de la population.

Si $x_j^{(t)}$: note 't' donnée sur les poulets dégustés par le juge 'j'

$\mu_j^{(t)}$: moyenne des notes 't' donnée par le juge 'j'

$\sigma_j^{(t)}$: écart-type de la note 't' donnée par le juge 'j'

et $(x^{(t)}, \mu^{(t)}, \sigma^{(t)})$ sont les éléments correspondants à $(x_j^{(t)}, \mu_j^{(t)}, \sigma_j^{(t)})$ mais sur toute la population des poulets.

Alors
$$\begin{cases} x_j^{(t)} \approx x^{(t)} \\ \mu_j^{(t)} \approx \mu^{(t)} \\ \sigma_j^{(t)} \approx \sigma^{(t)} \end{cases} \qquad \forall\, t,\ t = 1,\ldots,9$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x_j^{(t)} - \mu_j^{(t)}}{\sigma_j^{(t)}} \approx \frac{x^{(t)} - \mu^{(t)}}{\sigma^{(t)}} \qquad \forall\, t,\ t = 1,\ldots,9.$$

Cette opération permet de supprimer les différences grossières entre les systèmes de notations des différents juges, et permet ainsi une meilleure analyse de leur comportement.

Le tableau analysé dans la suite du chapitre est le tableau à double entrée 'notes x poulets', obtenu par cette transformation. Le nombre de variables

est 9 ou 10 suivant qu'on travaille sur les 9 ou 10 notes, le nombre d'individus est 1542. L'individu est le 'poulet' c'est un vecteur de $\mathbb{R}^9$ (ou $\mathbb{R}^{10}$). La variable est la 'note', c'est un vecteur de $\mathbb{R}^{1542}$.

I.2) ETUDE DES LIAISONS ENTRE NOTES PARTIELLES :

I.2.1.) Description de la matrice de corrélation :

Soit la matrice de corrélation suivante qu'on note par $\mathfrak{R}$:

$\mathfrak{R}$ =

PF	1.000	0.539	0.459	0.496	0.295	0.253	0.423	0.279	0.235
PT		1.000	0.614	0.352	0.307	0.285	0.309	0.281	0.212 (min)
PJ			1.000	0.310	0.253	0.299	0.289	0.223	0.236
BF				1.000	0.462	0.438	0.564	0.316	0.312
BT					1.000	0.615 (max)	0.339	0.335	0.317
BJ						1.000	0.368	0.320	0.358
CF							1.000	0.462	0.449
CT								1.000	0.531
CJ									1.000

Un regard sur cette matrice nous fait remarquer qu'aucune corrélation entre notes n'est négligeable, certaines étant assez importantes ; de plus, toutes les corrélations entre notes sont positives.

On avait vu, dans la description des données (cf. § 3), que les notes partielles ont une structure factorielle 'morceau x qualité' ; il est intéressant de comparer les corrélations intra-morceaux à celles intra-qualité.

Ces corrélations sont :

Peau			Blanc			Cuisse		
1.000	0.539	0.459						
	1.000	0.614						
		1.000						
			1.000	0.462	0.438			
				1.000	0.615			
					1.000			
						1.000	0.462	0.449
							1.000	0.531
								1.000

Corrélations INTRA-MORCEAU

Flaveur			Tendreté			Jutosité		
1.000	0.496	0.423						
	1.000	0.564						
		1.000						
			1.000	0.307	0.281			
				1.000	0.335			
					1.000			
						1.000	0.299	0.236
							1.000	0.358
								1.000

Corrélations INTRA-QUALITE

Les corrélations intra-morceau sont supérieures à celles intra-qualité, et plus précisément, les plus fortes corrélations sont entre les notes des caractères de chaque 'morceau', et entre les diverses notes de 'flaveur' (corrélations de l'ordre de 0,5).

Cette étude suggère déjà des propriétés intéressantes, mais ne peut suffire à elle seule à nous donner toutes les propriétés de la matrice, d'où l'étude suivante :

I.2.2.) Analyse en composantes principales :

Dans toute analyse en composantes principales généralisée, il est nécessaire de choisir une métrique de référence.

I.2.2.1. Choix de la métrique.

Nous désirons comparer la structure initiale à une structure d'indépendance, d'où le choix d'une métrique diagonale. D'après les transformations du paragraphe I.1), nous avons réduit les variables à un même écart-type 1 ; il n'y a donc aucune raison de faire pour cette matrice diagonale un autre choix que celui de la matrice unité ; ce qui nous place dans le cas classique de l'analyse en composantes principales sur la matrice de corrélation.

I.2.2.2. Résultats et interprétation.

I.2.2.2.1. Choix du nombre de composantes principales :

Soit le tableau suivant des valeurs propres :

VALEURS PROPRES

RANG	VALEUR PROPRE	%	% CUMULE
1	.38238E+01	0.437	0.437
2	.12342E+01	0.141	0.578
3	.92928E+00	0.106	0.684
4	.76746E+00	0.088	0.772
5	.49999E+00	0.057	0.829
6	.43970E+00	0.050	0.879
7	.36680E+00	0.042	0.921
8	.35249E+00	0.040	0.962
9	.33518E+00	0.038	1.000

Les projections sur le sous-espace vectoriel engendré par les 4 premières composantes principales rendent compte de 77,20 % de la variabilité totale.

Les 5 dernières composantes ont des variances faibles et de valeurs peu différentes ; elles forment un ensemble quasi-sphérique ; nous avons considéré dans ces conditions que ces composantes expriment les fluctuations dues à l'échantillonnage, et nous les avons négligées.

Nous considèrerons alors comme base celle formée des 4 premières composantes principales.

I.2.2.2.2. Etude des 4 premières composantes principales :

On présente les résultats des vecteurs propres dans le tableau suivant :

COMPOSANTES PRINCIPALES VARIABLES

COMP.PRINC. / VARIABLES	1	2	3	4	5
PF	.3401E+00	-.3756E+00	.1034E+00	-.3264E+00	.3364E+00
PT	.3292E+00	-.4941E+00	.4293E-01	.2474E+00	.1777E+00
PJ	.3082E+00	-.4860E+00	.4344E-01	.3633E+00	-.4185E+00
RF	.3681E+00	.3030E-01	-.1572E+00	-.5597E+00	-.1049E+00
RT	.3343E+00	.2207E+00	-.5406E+00	.1374E+00	.3144E+00
RJ	.3349E+00	.2421E+00	-.5103E+00	.2220E+00	-.2000E+00
CF	.3615E+00	.1655E+00	.2472E+00	-.4300E+00	-.3059E+00
CT	.3138E+00	.3177E+00	.4361E+00	.2318E+00	.5577E+00
CJ	.3042E+00	.3768E+00	.3961E+00	.2831E+00	-.3545E+00

6	7	8	9
.5271E+00	.4499E+00	.8241E-01	-.1605E+00
-.1228E+00	-.2071E+00	-.4647E+00	.5281E+00
-.1919E+00	-.6824E-01	.3590E+00	-.4352E+00
-.8802E-02	-.5129E+00	.4194E+00	.2750E+00
.8924E-01	-.3041E+00	-.2990E+00	-.4897E+00
-.6209E-01	.5524E+00	.1715E+00	.3757E+00
-.4266E+00	.2373E+00	-.4705E+00	-.2063E+00
-.3548E+00	.3292E-01	.3444E+00	.3576E-02
.5920E+00	-.1788E+00	-.1167E+00	.8216E-01

La première composante principale est prépondérante, elle explique à elle seule 43,7 % de la variabilité totale ; ses coefficients sont tous positifs et du même ordre de grandeur, de 0.30 à 0.36 ; elle s'interprète comme la moyenne générale des 9 notes (ce qui était prévisible puisque les coefficients de corrélation étaient assez voisins max : 0,615, min : 0,212.

Les 2 composantes principales suivantes opposent chacun des morceaux aux 2 autres. Les coefficients sont à peu près égaux (à l'exception des 3 premiers coefficients qui sont faibles pour la 3ème composante principale) et de l'ordre de 0.3. La 2ème composante oppose la moyenne des notes sur la peau aux moyennes des notes sur le 'blanc' et sur la 'cuisse'. La 3ème composante principale oppose la moyenne des notes sur le 'blanc' aux moyennes des notes sur la 'peau' et sur la 'cuisse'.

Le sous-espace de dimension 3, engendré par ces composantes principales, peut donc être approximativement défini par les moynnes des 3 morceaux.

La 4ème composante principale oppose la moyenne des notes sur la 'flaveur' aux moyennes des notes sur la 'tendreté' et sur la 'jutosité'.

On peut donc considérer, en combinant la 1ère et la 4ème composante principale, que le dernier facteur à prendre en compte est la 'flaveur'. Nous sommes donc amenés, dans la suite, à réduire l'espace engendré par les 9 variables à un sous-espace de dimension 4, et à choisir pour base de ce sous-espace, l'ensemble des 4 moyennes des notes sur la 'peau', sur le 'blanc', sur la 'cuisse' et sur la 'flaveur', qu'on note respectivement par (MP,MB,MC,MF). Mais avant d'adopter définitivement ce point de vue, il faut quantifier la perte d'information.

I.2.2.3. Contrôle de l'interprétation :

On peut définir le critère de perte d'information de 2 manières suivantes :

$$(1) = \frac{\text{Somme des variances des 5 dernières composantes principales}}{\text{Somme des variances des variables initiales}}$$

$$(2) = \frac{\text{Somme des variances résiduelles obtenues par régression de chaque note sur les 4 premières composantes principales}}{\text{Somme des variances des variables initiales}}$$

Dans notre cas, la perte du pourcentage est de 22,8 % de la somme des variances des variables initiales considérées.

Le critère ainsi choisi pour l'approximation est donc celui de la meilleure préservation de cette variance totale.

Peut-on remplacer les 9 variables par les 4 variables (MP, MB, MC, MF) au lieu des 4 premières composantes principales sans trop de perte d'information? Pour cela, on compare l'information perdue en ne retenant que les 4 variables (Mp,MB,MC,MF) avec celle perdue en retenant les 4 premières composantes principales.
Pour évaluer la perte d'information, nous utilisons la définition (2), et nous calculons les variances résiduelles dans la régression de chacune des variables X_i ($i = 1,\ldots, 9$) par rapport aux 4 variables (MP, MB, MC, MF). Nous notons, respectivement la variance de X_i et sa variance résiduelle dans la régression, par V_i et v_i. Les valeurs de v_i et V_i ($i = 1,\ldots,9$) obtenues sont données dans le tableau suivant :

variances résiduelles	valeurs obtenues
v_1	0.1971
v_2	0.2194
v_3	0.2515
v_4	0.1703
v_5	0.2271
v_6	0.2271
v_7	0.188
v_8	0.2746
v_9	0.2746
$\sum_{i=1}^{9} v_i$	2.0287
V_i ($i = 1,\ldots,9$)	0.9721
$\sum_{i=1}^{9} V_i$	8.7489
$\frac{\sum_{i=1}^{9} v_i}{\sum_{i=1}^{9} V_i}$	0.2318

Chaque variance résiduelle est comparée à la variance de X_i qui est $0.97 \simeq 1$, et ainsi nous remarquons que :

. Les variances résiduelles ne varient pas trop individuellement sur chacune des X_i.

. Les 4 variables (MP, MB, MC, MF) réduisent la variance assez considérablement (la réduction est comprise entre 70 % et 80 % de la variance initiale). Dans ce cas la perte d'information totale est de

$$\frac{\sum_{i=1}^{9} v_i}{\sum_{i=1}^{9} V_i} = 0.2318.$$

En retenant les 4 premières composantes principales, la perte d'information était de 0.228 ; la perte supplémentaire est donc seulement de 4/1000, ce qui est négligeable ; les variables choisies, pour remplacer les 4 composantes principales, sont donc très satisfaisantes par leur simplicité, et leur facilité d'interprétation.

Remarque :a) La perte d'information est nettement plus grande, si nous supprimons la note de flaveur et ne gardons que les moyennes de morceau (MP, MB, MC) et atteint 31,85 %. Donc la flaveur apporte près de 10 % d'information, ce qui n'est pas négligeable, alors que nous n'avons reconnu sa présence que dans le 4ème axe de l'ACP. Les 3 variables (MP, MB, MC) expliquent un pourcentage de variance variant de 58 % à 73 % pour chaque variable.

b) Vu la structure factorielle des notes (morceau x qualité), on est tenté de s'intéresser à l'information apportée par les variables'qualités', et la comparer à celle apportée par les variables 'morceaux'.

On note respectivement par MT et MJ respectivement les moyennes des notes standardisées sur la 'tendreté' et sur la 'jutosité'.

Les variables 'qualités' (MF, MT, MJ) apportent 57.93 % de l'information ; la perte est donc presque de la moitié.

Si maintenant, on s'intéresse à l'information apportée par 4 variables, 3 variables 'qualités' et une variable 'morceau' :

. Les 4 variables (MP, MF, MT, MJ) apportent 71.69 % de la variance totale.

. Les variables (MB, MF, MT, MJ) apportent 68,82 %

. Les variables (MC, MF, MT, MJ) apportent 69.16 %.

Pour mieux voir, dressons sous forme de tableaux les résultats obtenus :

9 variables remplacées par :	% de variance apportée
Les 4 premières composantes principales	77.2 %
(MP, MB, MC, MF)	76.82 %
(MP, MF, MT, MJ)	71.69 %
(MB, MF, MT, MJ)	68.82 %
(MC, MF, MT, MJ)	69.16 %
(MP, MB, MC)	62.15 %
(MF, MT, MJ)	57.93 %

On remarque que les variables 'morceaux' apportent plus d'informations que les variables 'qualités'.

Interprétation plausible :

Les résultats obtenus peuvent être dus à l'organisation des tests, où les jusges reçoivent des morceaux petits, et ont, sans doute, tendance à juger les 3 qualités d'un morceau, puis passer à un autre morceau, etc... .

I.2.3.) Comparaison avec les résultats des expériences complémentaires.

I.2.3.1. Etude en ignorant la structure sur l'ensemble des 9 notes : ACP.

Pour les mêmes raisons qu'en § I.1) et I.2), on centre et réduit les variables juge par juge, on choisit l'identité comme métrique. Le tableau à analyser est alors à double entrée, où le nombre de variables est 9, et le nombre d'individus est 132 qui est le nombre de demi-poulets dégustés (la structure 'demi-poulet' a été ignorée).

I.2.3.1.1. Résultats et interprétation :

Le sous-espace principal à 4 dimensions exprime 69.34 % de la variabilité totale.

Les résultats sont présents dans les tableaux suivants :

	Valeurs propres	% de variabilité	% cumulé
1	337.422	29.755	29.755
2	211.196	18.624	48.379
3	129.497	11.419	59.798
4	108.234	9.544	69.342
5	92.516	8.158	77.5
6	83.165	7.333	84.833
7	70.115	6.183	91.021
8	53.092	4.681	95.702
9	48.76	4.299	99.99

La coupure entre le $4^{ème}$ axe et le suivant est beaucoup moins nette qu'en ACP précédente, et que les valeurs propres résiduelles sont plus importantes. Le tableau des 4 premiers vecteurs est le suivant :

	1er vecteur propre	2ème vecteur propre	3ème vecteur propre	4ème vecteur propre
PF	- 0.2748	- 0.3715	- 0.1183	0.498
PT	- 0.2262	- 0.5471	0.1073	- 0.0097
PJ	- 0.1579	- 0.6107	0.1128	- 0.0514
BF	- 0.4179	0.2422	- 0.197	0.3387
BT	- 0.2992	0.2556	0.5711	0.2568
BJ	- 0.4091	0.2218	0.3139	- 0.0028
CF	- 0.3889	0.122	- 0.5494	0.1038
CT	- 0.3858	- 0.016	0.2748	- 0.5197
CJ	- 0.3421	0.0368	- 0.3477	- 0.5363

L'interprétation des axes est moins évidente que précédemment ; nous allons simplement chercher si le sous-espace engendré par les 4 premiers, peut-être remplacé par celui engendré par les 4 notes (MP, MB, MC, MF). Ainsi, la perte d'information est de 31.93 % (elle était de 30.66 % avec les 4 premières composantes principales). Ces 4 variables expliquent un pourcentage de variance variant de 62 % à 80 %. On considère donc l'ensemble des 4 variables (MP, MB, MC, MF), comme le sous-espace principal expliquant au mieux les variables initiales.

I.2.3.1.2. Remarques :

a) La flaveur apporte 10,35 % d'information.

b) Le remplacement des 9 notes par les 3 variables 'qualités' (MF, MT, MJ) fait perdre 52.33 % de l'information.

I.2.3.2. Discussion.

On obtient des résultats un peu moins bons que ceux des données de base, mais allant dans le même sens. Il ne faut pas attacher trop d'importance à cette légère différence en raison de :

. l'imprécision des résultats ; le nombre d'individus étant 132, ce qui est relativement faible par rapport à 1542.

. l'ignorance de l'effet 'juge' et 'marque'

. l'ignorance de l'effet 'poulet' qui se trouve 2 fois (ou effet 'demi-poulet').

A-t-on le droit d'ignorer cette structure forte : 'un poulet figure 2 fois'.

Réponse envisagée :

Etant donné le modèle aléatoire suivant :

$$Y_{ij} = \mu + A_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{avec} \quad \text{cov}(A,\varepsilon) = 0$$

'i' étant l'indice 'juge-poulet' ; $i = 1,\ldots,k$ avec $k = 66$

'j' étant l'indice 'juge-demi-poulet' ; $j=1,\ldots,r$ avec $r = 2$

$n = kr = 132$ (nombre total de demi-poulets).

Y est le vecteur des 9 notes centrées réduites par juge.

μ : note moyenne (dans ce cas $\mu = 0$)

A_i : écart à la note moyenne pour le 'juge-poulet' i .

ε_{ij} : erreur de notation

On note :

$\Sigma_A = \text{var}(A)$

$\Sigma_\varepsilon = \text{var}(\varepsilon)$

$\Sigma_T = \text{var}(Y)$

SC_A = la matrice d'éléments $(t,t') = \sum_{i}^{k} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{..}^{(t)})(Y_{i.}^{(t')} - Y_{..}^{(t')})$ $\forall\ t,t' = 1,\ldots,9$

SC_ε = la matrice d'éléments $(t,t') = \sum_{i,j}^{k,r} (Y_{ij}^{(t)} - Y_{i.}^{(t)})(Y_{ij}^{(t')} - Y_{i.}^{(t')})$ $\forall\ t,t' = 1,\ldots,9$

SC_T = la matrice d'éléments $(t,t') = \sum_{i,j}^{k,r} (Y_{ij}^{(t)} - Y_{..}^{(t)})(Y_{ij}^{(t')} - Y_{..}^{(t')})$ $\forall\ t,t' = 1,\ldots,9$

où $Y_{i.}^{(t)} = \frac{1}{r} \sum_{i,j}^{r} Y_{ij}^{(t)}$; $Y_{..}^{(t)} = \frac{1}{n} \sum_{i,j}^{k,r} Y_{ij}^{(t)}$ $\forall\ t = 1,\ldots,9$

Σ_A : représente la variabilité et les liaisons entre les caractères des poulets.

Σ_ε : représente l'erreur et donc le comportement des juges quelque soit l'unité étudiée.

On estime Σ_A, Σ_ε, Σ_T respectivement par :

$$\hat{\Sigma}_A = \frac{SC_A}{k-1} - \frac{SC_\varepsilon}{n(r-1)} = \boxed{\frac{SC_A}{k-1} - \frac{SC_\varepsilon}{n} = \hat{\Sigma}_A}$$

$$\hat{\Sigma}_\varepsilon = \frac{1}{k(r-1)} SC_\varepsilon = \boxed{\frac{SC_\varepsilon}{k} = \hat{\Sigma}_\varepsilon}$$

$$\boxed{\hat{\Sigma}_T = \frac{1}{n-1} SC_T}$$

Nous comparons la matrice résiduelle $(\hat{\Sigma}_\varepsilon)$ à la matrice totale $(\hat{\Sigma}_T)$ en comparant la somme des carrés des différences entre les covariances totales et les covariances résiduelles, à la somme des carrés des covariances totales, soit par le critère suivant :

$$\frac{\|\hat{\Sigma}_T - \hat{\Sigma}_\varepsilon\|^2}{\|\hat{\Sigma}_T\|^2} = \frac{tr(\hat{\Sigma}_T - \hat{\Sigma}_\varepsilon)^2}{tr(\hat{\Sigma}_T)^2} .$$

La norme étant définie par la trace. On trouve 0.0491, ce qui est très faible. donc la variabilité des jugements est prépondérante, et la variabilité des jugements moyennes sur les poulets est faible par rapport à la précédente ; et donc les corrélations apparaissant entre notes, sont des corrélations des erreurs de notation, ce qui traduit donc le comportement des juges, et non pas des propriétés intrinsèques du poulet.

Conclusion :

On rappelle que les notes sont standardisées : l'écart-type des notes vaut 1.

1) Les juges paraissent :

- donner une appréciation globale par morceau, qui se traduit par la moyenne des 3 notes sur les 3 qualités du morceau.

- avoir également une impression générale de la flaveur d'un poulet.

2) Les autres qualités (tendreté et jutosité) interviennent dans la notation de chaque morceau, mais ne paraissent pas être reconnues au niveau global.

3) Les corrélations entre notes traduisent sans doute le fait que les juges ont une impression générale qui influence toutes leurs notes. Cette assertion est confirmée par le pourcentage élevé de variance exprimée par la moyenne générale (près de 50 %), et par le fait que la note globale est bien approchée par une fonction des notes partielles (résultats du paragraphe suivant I.3).

Conséquences pratiques :

1. Il est souhaitable d'alléger le test en demandant seulement 4 notes, cela permettrait de gagner du temps, et de faciliter la tâche des juges, en réduisant la quantité d'information qui leur est demandée.

2. Les juges paraissent avoir un pouvoir de discrimination entre poulets assez faible ; pour améliorer la précision du test de dégustation il faut donc :

- mieux former les juges
- ou, à défaut, disposer d'un nombre suffisant de jugements, pour minimiser en moyenne la part des erreurs individuelles.

I.3) PREDICTION DE LA NOTE GLOBALE PAR LES NOTES PARTIELLES :

Nous commençons par mettre, comme liaison entre la note globale et les notes partielles, une liaison qui soit simple : une liaison linéaire, d'où des études de régressions linéaires (des régressions non linéaires sont envisagées plus loin).

On rappelle que cette étude revient à mettre la même liaison entre note globale et notes partielles pour tous les juges.

I.3.1.) Régression de la note globale par rapport aux 9 notes :

Le carré du coefficient de corrélation multiple $(RM)^2$ est de l'ordre de 0.643. La relation commune entre la note globale et les notes partielles réduit donc pratiquement la variance des deux tiers. Le tiers restant, est peut-être dû aux fluctuations des relations individuelles (les études relatives sont faites plus loin). Sans que la liaison soit parfaite, on peut considérer que la note globale est, pour l'essentiel, un résumé des notes partielles.

Les valeurs obtenues pour les 9 coefficients de régression sont :

coefficient de régression relatif à la variable	valeur
PF	0.2149
PT	0.0757
PJ	0.0287
BF	0.2547
BT	0.1159
BJ	0.0517
CF	0.2469
CT	0.0790
CJ	0.0680

On remarque que les coefficients de régression relatifs aux 3 notes de flaveur (PF,BF,CF) sont les plus élevés.

Ayant obtenu dans le paragraphe I.2 un résumé très satisfaisant des 9 notes par 4, il serait intéressant de refaire les mêmes études sur ces nouvelles variables.

I.3.2.) Régression de la note globale par rapport aux 4 variables (MP,MB,MC,MF).

Le carré du coefficient de corrélation multiple $(RM)^2$ est de l'ordre de 0.642, égal à celui obtenu avec les 9 notes, donc :

. on obtient bien la confirmation pour les études relatives à l'ensemble des juges, que les 9 notes partielles sont résumées par les 4 notes.

. la note globale s'exprime aussi assez bien en fonction des 4 notes.

De même qu'au paragraphe précédent, on remarque que le coefficient de régression relatif à la flaveur MF est le plus élevé, de l'ordre de 0.5132. Les autres coefficients relatifs à MP et MB et MC sont respectivement de l'ordre de 0.1506, 0.2527 et 0.2206. Il semblerait donc que la flaveur soit l'élément prépondérant dans le jugement global, et que les autres notes puissent être remplacées par leur moyenne.

I.3.3.) Régression de la note globale sur la moyenne des 9 notes (MG) et la moyenne des flaveurs (MF) :

Les remarques suivantes confirment les conjectures du § I.3.2.

- Les corrélations entre la note globale NG et les moyennes MG et MF sont très fortes :

$$corr^2(NG,MG) = 0.595 \quad ; \quad corr^2(NG,MF) = 0.594.$$

Chacune des ces variables, est donc un excellent prédicteur de la note globale.

- Le carré de la corrélation multiple entre NG, MG et MF vaut

$$corr^2(NG\ ;\ (MG,MF)) = 0.640.$$

Il est pratiquement égal au carré de la corrélation multiple entre NG et l'ensemble des 9 notes partielles soit 0.643.

- Par contre, en adjoignant à MG, une quelconque des trois variables MP, MB ou MG, on n'améliore absolument pas la prédiction donnée par MG (le carré de la corrélation multiple ne dépasse pas 0.596).

Il est donc sûr que la note globale est à la fois un jugement moyen, et une appréciation de la flaveur ; mais il est impossible de dire lequel de ces deux éléments est prépondérant.

I.3.4.) Discussion du modèle de régression choisi :

Après la régression linéaire, la variance résiduelle est encore le tiers de la variance initiale ; il faut donc chercher, si d'autres modèles prédictifs ne sont pas plus satisfaisants.

En particulier, nous avons envisagé le cas où les juges seraient impressionnés par la meilleure ou la plus mauvaise performance de chaque poulet, et donc choisi pour variables prédictrices la moyenne MG, la plus grande et la plus petite des 9 notes partielles. La corrélation multiple de la note globale NG et de ces trois prédictrices, est pratiquement égale à la corrélation de NG et MG ; l'introduction de ces nouvelles prédictrices est donc sans intérêt.

I.3.5.) Conclusion :

- Les neuf notes partielles peuvent être résumées par les trois moyennes des morceaux MP, MB, MC et par la moyenne MF des notes de flaveur, tant pour les liaisons internes, que pour la prédiction de la note globale.

- La note globale dépend de la moyenne générale et de la moyenne de flaveur, chacune de ces deux variables étant déjà un bon prédicteur.

- Les notes partielles extrêmes (la meilleure et la pire) ne paraissent avoir aucune influence sur la valeur de la note globale.

II

DEUXIÈME PARTIE

ETUDE DES ECARTS AU COMPORTEMENT COMMUN. CLASSIFICIATION DES JUGES

Nous commençons d'abord par rappeler que :

. les notes ont été standardisées.

. les liaisons existantes peuvent être considérées comme liaisons linéaires ; elles sont alors mesurées par les corrélations.

Nous avons étudié dans la première partie le comportement commun des juges, nous allons maintenant étudier les écarts à ce comportement commun, et définir éventuellement des sous-ensembles plus homogènes.

Nous définissons le comportement des juges par :

. les corrélations entre notes partielles.

. la régression de la note globale sur les notes partielles.

Les conclusions de la première partie pourraient inciter à considérer uniquement

les 4 notes (MP, MB, MC, MF) qui, nous l'avons vu, sont un bon résumé de l'ensemble des notes partielles. Mais cette propriété valable globalement pour l'ensemble des juges, n'est pas obligatoirement vraie pour chaque juge considéré individuellement, du moins dans un premier temps ; il est donc préférable, pour étudier les différences entre juges, de considérer les corrélations entre les 9 notes.

La première étude utilise les matrices de corrélations individuelles (juge par juge) des 9 notes. Mais il est possible que les matrices de corrélations des 9 notes soient redondantes, pour cela, dans une deuxième étude, nous cherchons à approcher ces matrices de corrélations par des matrices dépendant d'un petit nombre de paramètres, et nous utilisons ces approximations pour une classification des juges. Dans une troisième étude, nous réduisons l'information aux 4 notes (MP, MB, MC, MF), et considérons les matrices de corrélations de ces 4 notes. Nous comparons ensuite les sous-ensembles des juges formés par les différentes études, et nous chercherons si certains sous-ensembles se retrouvent dans toutes les classifications. La quatrième étude porte sur l'élaboration, par chaque juge, de la note globale à partir des notes partielles ; elle utilise pour cela les régressions linéaires de la note globale sur les notes partielles.

II.1) ETUDE DES DIFFERENCES ENTRE CORRELATIONS INDIVIDUELLES ET CORRELATIONS MOYENNES : ACP SUR LES JUGES REPRESENTES PAR LES MATRICES DE CORRELATIONS DES 9 NOTES :

Notre but est de faire une classification des juges, et une caractérisation des sous-groupes ; pour cela, diverses méthodes sont possibles (classification automatique - ACP - etc...).

Comme nous désirons une représentation simple permettant de juger de l'intérêt d'une classification (en sous-groupes) avant de l'effectuer ; l'ACP sur le tableau 'corrélations x juges' est une bonne approche de ce problème.

II.1.1.) Données soumises à l'analyse :

Soit r le tableau à analyser de dimension 36×44 où

. 36 est le nombre de corrélations entre les 9 notes 2 à 2 ; c'est le nombre de termes au-dessus ou au-dessous de la diagonale de la matrice de corrélation des 9 notes, soit $\frac{9(9-1)}{2}$.

. 44 est le nombre de juges.

r_{ji} : est la valeur de la $j^{ième}$ corrélation donnée par le $i^{ème}$ juge (c'est l'élément (j,i) du tableau r).

$$r_j = \begin{pmatrix} r_{j1} \\ r_{j2} \\ \vdots \\ r_{j44} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{44}$$

r_j est un vecteur à 44 composantes, et désigne la valeur de la $j^{ème}$ corrélation donnée par les 44 juges.

$$r^i = \begin{pmatrix} r_{1i} \\ r_{2i} \\ \vdots \\ r_{36,i} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{36}$$

r^i est un vecteur à 36 composantes, et désigne les valeurs des 36 corrélations relatives au juge 'i' .

Nous considérons que chaque individu a la même importance ; nous ne tenons donc pas compte de la précision de l'estimateur. Nous adoptons comme distance entre 2 individus, la distance classique entre les matrices symétriques qui les représentent, c'est-à-dire, la trace du carré de la différence de ces matrices, ou plutôt, sa moitié qui est la distance canonique dans $\mathbb{R}^{36}$.

Si R_ℓ est la matrice de corrélation des 9 notes pour le $\ell^{ème}$-juge

et R_k " " " " " " " " $k^{ème}$ juge

$$d(\ell,k) = \frac{1}{2} \operatorname{tr}(R_\ell - R_k)(R_\ell - R_k) = \|r_\ell - r_k\|^2 .$$

(La norme est la somme des carrés des coordonnées).

II.1.2.) Résultats et interprétation :

(Les résultats sont donnés dans le tableau II.1.a) et II.1.b).

A quel axe ferions-nous la coupure ?

Si nous considérons que les corrélations calculées sont les estimations des corrélations vraies, et que nous pouvons chercher l'ordre de grandeur des variances (l'inertie calculée est à peu près la somme de l'inertie vraie correspondante aux valeurs exactes des paramètres et des variances). Pour un effectif d'une trentaine de poulets par juge et une corrélation voisine de 0.4, la variance est de l'ordre de $[1 - (0.4)^2]^2 \frac{1}{30} \approx \frac{1}{43}$.
La contribution moyenne des variances à chaque axe serait donc avec 44 juges et des effectifs égaux par juge $44 \times \frac{1}{43} \approx 1$. Pratiquement, l'effectif variant de 15 à 150, la variance moyenne est un peu plus grande, et la contribution moyenne des variances doit être de l'ordre de 1,3. L'inertie d'un axe ne sera donc intéressante que si elle dépasse largement cette valeur. Avec les 9 premiers axes, nous dépassons largement cette valeur ; à partir du $10^{ème}$ il n'en n'est plus ainsi, il est donc inutile de garder plus de 9 axes.

En nous limitant aux 3 premiers axes, la représentation des individus est plus simple, plus facile à interpréter, et la perte d'information n'est pas énorme (on passe de 86,29 % à 64,25 %) ; nous pouvons d'ailleurs remarquer que l'importance du $4^{ème}$ axe et des suivants est faible comparativement aux 3 premiers. C'est donc cette représentation que nous utiliserons ; nous complèterons cette étude, en examinant la distance de chaque individu au sous-espace de dimension 3 retenu, afin de détecter les individus "aberrants".

$1^{ère}$ composante principale :

Elle exprime à elle seule 48,33 % de la variabilité totale, elle s'écrit :

$$Y_1 = a_1(r_1 - \overline{r_1}) + a_2(r_2 - \overline{r_2}) + \ldots + a_{36}(r_{36} - \overline{r_{36}})$$

PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS: LATENT ROOTS AND VECTORS *****

*L ROOTS								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
41.6156	7.4685	6.2441	4.4842	3.8582	3.4900	2.5981	2.3405	2.2236
10	11	12	13	14	15	16	17	18
1.4263	1.2938	1.1273	1.0446	0.9963	0.8906	0.8078	0.6919	0.5360
19	20	21	22	23	24	25	26	27
0.4858	0.4190	0.3823	0.3064	0.2484	0.2044	0.1839	0.1448	0.1175
28	29	30	31	32	33	34	35	36
0.1073	0.0923	0.0853	0.0757	0.0505	0.0322	0.0201	0.0070	0.0041
% OF VARIANCE								
48.3315	8.6737	7.2518	5.2079	4.4808	4.0532	3.0173	2.7182	2.5824
1.6564	1.5026	1.3092	1.2132	1.1571	1.0344	0.9381	0.8036	0.6225
0.5642	0.4866	0.4440	0.3558	0.2885	0.2373	0.2136	0.1681	0.1365
0.1247	0.1072	0.0990	0.0879	0.0587	0.0374	0.0234	0.0082	0.0048

Tableau II.1.a

*VECTORS PROPRES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(PF,PT) 1	-0.1398	0.0178	0.2029	-0.1643	0.0637	0.2000	0.1860	-0.1765	0.0979
(PF,PJ) 2	-0.1535	-0.0578	0.3111	-0.0624	0.2545	-0.0467	-0.2277	-0.0162	0.1275
(PT,PJ) 3	-0.0986	-0.1452	0.2294	0.1164	0.2299	0.1928	-0.1715	0.2823	-0.1361
PF,BT 4	-0.1655	-0.1648	0.3451	-0.0801	-0.1706	0.0867	0.1683	0.1189	-0.1532
PF,BJ) 5	-0.1687	-0.0985	0.2559	-0.2341	-0.1522	-0.0533	0.3393	0.1498	-0.0731
(BT,BJ) 6	-0.1191	-0.1281	-0.0305	0.0025	0.0244	0.2751	0.0728	0.3960	-0.3524
(CF,CT) 7	-0.1359	-0.2618	0.0304	0.1442	-0.0671	0.0654	0.2644	-0.3493	0.1746
(CF,CJ) 8	-0.1801	-0.1325	0.3031	0.0118	-0.1532	-0.3395	0.0549	-0.2676	-0.0781
(CT,CJ) 9	-0.1534	-0.2244	0.1484	0.3751	0.1522	-0.0181	-0.1113	0.1847	0.0287
(PF,BF) 10	-0.1792	-0.1940	-0.1232	-0.0192	-0.3005	-0.2557	0.0566	0.3715	-0.0529
(PT,BF) 11	-0.2029	0.2071	0.0570	-0.0496	-0.0104	-0.1471	0.0760	0.0031	0.1321
PJ,BF) 12	-0.1688	0.1717	0.0769	0.0299	0.0506	-0.2740	-0.0899	0.1317	-0.0755
(PF,BT) 13	-0.1665	0.1520	0.0382	-0.2275	0.2179	0.3099	0.0694	-0.0865	0.1555
(PT,BT) 14	-0.1672	0.1414	-0.1230	-0.0311	0.3593	-0.0023	-0.0211	-0.0509	-0.3273
(PJ,BT) 15	-0.1891	0.0853	0.0651	-0.1229	0.1868	-0.1812	-0.0454	0.0016	-0.2899
(PF,BJ) 16	-0.2068	0.2141	-0.0998	-0.2899	0.0704	0.0159	0.1714	0.1845	0.3028
(PT,BJ) 17	-0.1800	0.1513	-0.1920	-0.1299	0.2737	0.0274	0.0717	-0.0578	-0.0182
(PJ,BJ) 18	-0.1799	0.1206	-0.1089	-0.0664	0.1954	-0.1828	-0.1049	-0.0402	0.0293
(PF,CF) 19	-0.1372	0.2700	0.0105	0.1290	-0.2023	0.2134	0.0418	0.0530	-0.0567
(PT,CF) 20	-0.1505	0.2700	0.1314	0.1344	-0.2423	0.2882	-0.2330	-0.1462	-0.0494
(PJ,CF) 21	-0.1589	0.1792	0.1889	0.0552	-0.2208	-0.0152	-0.3318	-0.1317	-0.2187
(PF,CT) 22	-0.1539	0.0805	0.0412	0.3369	0.0909	0.0624	0.1934	-0.0095	0.0645
(PT,CT) 23	-0.1392	0.0502	-0.0874	0.1830	0.0252	-0.0407	0.1316	-0.2229	-0.0771
(PJ,CT) 24	-0.1341	-0.0262	-0.1769	0.1952	0.1429	-0.0979	-0.0118	-0.2780	-0.2805
(PF,CJ) 25	-0.1094	0.1780	0.0331	0.2964	0.0548	-0.1116	0.1052	0.0451	0.1710
(PT,CJ) 26	-0.1449	0.1260	-0.0406	0.2559	-0.0711	0.0764	0.0884	0.1132	0.1682
(PJ,CJ) 27	-0.1349	0.1045	-0.2266	0.1802	-0.1638	0.1130	0.1536	-0.0612	-0.1165
(BF,CF) 28	-0.1464	-0.0061	-0.1809	-0.1468	-0.3424	0.0276	-0.2414	-0.0702	0.0458
(BT,CF) 29	-0.1980	-0.0705	-0.0450	-0.2311	-0.0901	0.2805	-0.1572	-0.1218	-0.0555
(BJ,CF) 30	-0.2035	-0.1582	-0.0938	-0.2398	-0.0879	-0.1142	-0.1405	-0.1237	-0.1345
(BF,CT) 31	-0.2013	-0.2253	-0.0464	-0.0642	-0.0021	-0.0063	0.2264	-0.0722	-0.0327
(BT,CT) 32	-0.1780	-0.1650	-0.1354	0.0932	-0.0102	0.2535	-0.1001	-0.0397	0.0973
(BJ,CT) 33	-0.1665	-0.2573	-0.3202	0.0302	-0.0436	-0.0302	0.1483	0.0795	-0.0566
(BF,CJ) 34	-0.1973	-0.1865	-0.0311	0.0245	-0.0477	-0.2193	-0.1416	0.0654	0.1836
(BT,CJ) 35	-0.1848	-0.1630	-0.0185	0.0096	0.0326	0.0802	-0.2977	0.0380	0.3795
(BJ,CJ) 36	-0.1768	-0.2452	-0.2893	0.0187	-0.0283	-0.0466	-0.1483	0.1414	0.0539

Tableau II.1.b

où $a_1 \approx a_2 \approx \ldots \approx a_{36} \approx -0.16 \approx a$

$$\bar{r}_j = \frac{1}{44} \sum_{i=1}^{44} r_{ji}$$

$$\Rightarrow Y_1 = a\left[(r_1 + r_2 + \ldots + r_{36}) - (\overline{r_1} + \overline{r_2} + \ldots + \overline{r_{36}})\right]$$

Si $r_+ = r_1 + r_2 + \ldots + r_{36}$

$$\overline{r_+} = \frac{1}{44} \sum_{i=1}^{44} r_{+i} = \overline{r_1} + \overline{r_2} + \ldots + \bar{r}_{36}$$

$$\Rightarrow Y_1 = a(r_+ - \bar{r}_+).$$

Elle s'interprète donc comme la somme des écarts de chaque corrélation à la corrélation moyenne des juges ; elle est un indice de liaison globale entre les 9 notes.

2ème composante principale :

Elle exprime 8.67 % de la variabilité totale. Elle fait intervenir principalement les corrélations entre les différents morceaux du poulet ; on peut considérer qu'elle mesure la différence entre les corrélations "blanc et cuisse" et les corrélations entre ces "morceaux" et la "peau".

3ème composante principale :

Elle exprime 7.25 % de la variabilité totale. On peut considérer qu'elle mesure la différence de la somme des corrélations entre notes relatives à un même morceau, et de la somme des corrélations entre notes relatives à une même qualité.

II.1.3.) Groupement des juges : (figures II.1.c) et (II.1.d) :

Nous allons étudier le groupement des juges dans l'espace de dimension 3, engendré par les 3 premières composantes principales, mais nous n'oublierons pas que :

- 2 juges peuvent être dans le même groupe en projection mais pas dans l'espace.

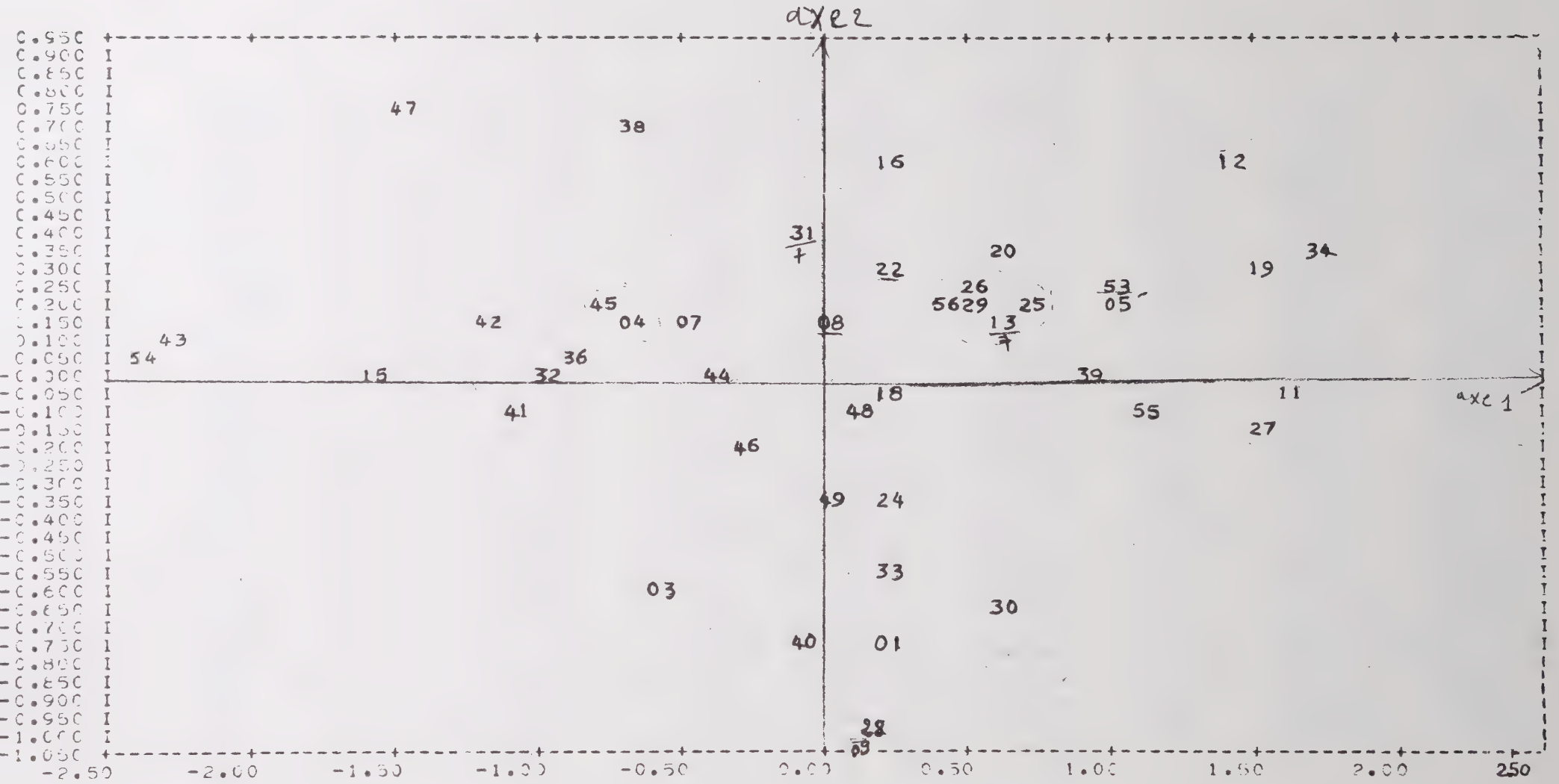

axe 2
axe 1
47
38
16
12
31
20
34
22
19
26
53
45
5629
25
05
42
04
07
08
13
43
54
36
15
32
44
39
18
11
41
48
55
27
46
49
24
33
03
30
40
01
28
09
-2.50
-2.00
-1.50
-1.00
-0.50
0.00
0.50
1.00
1.50
2.00
250

Figure II.1.c

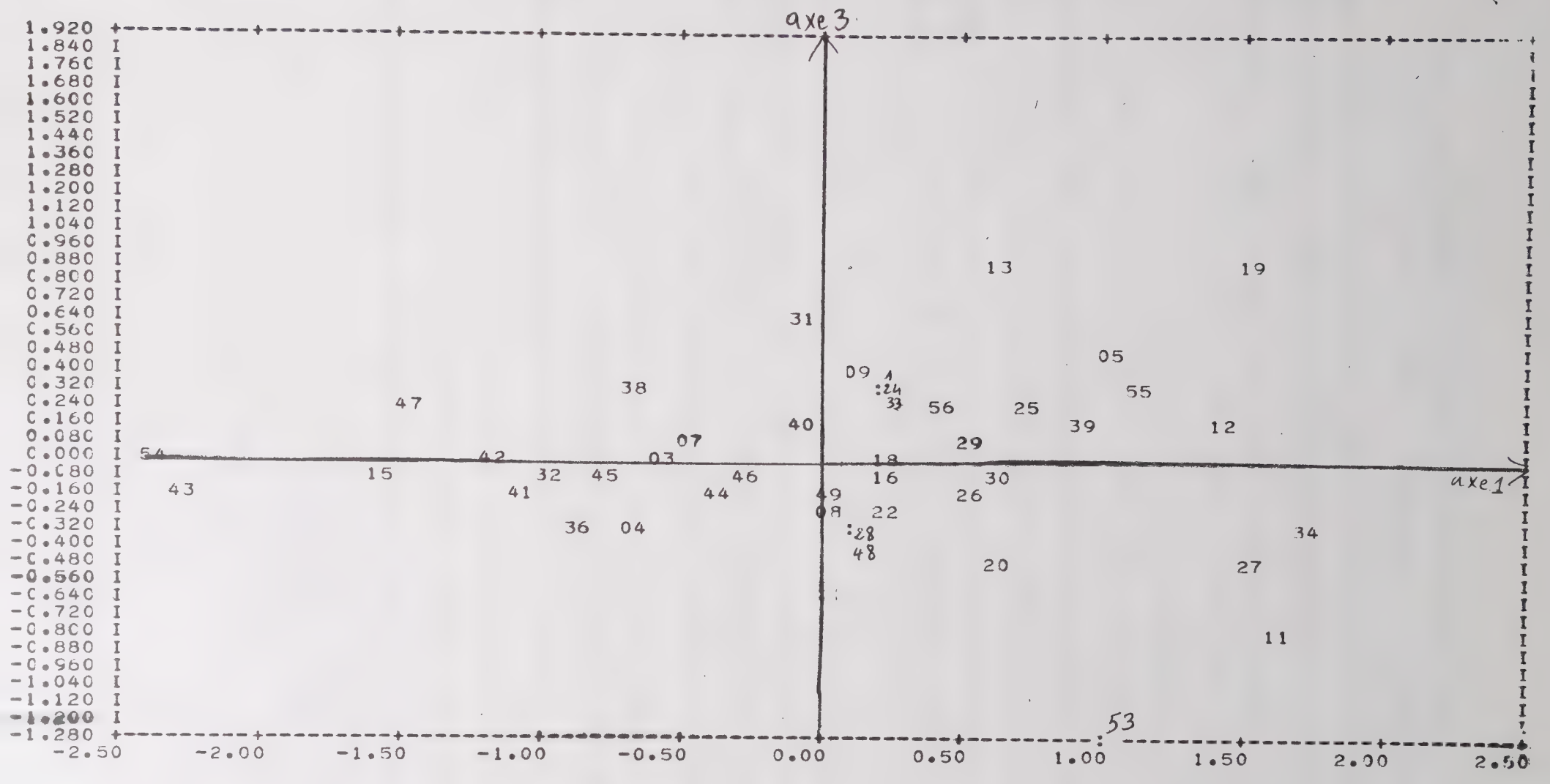

axe 3
axe 1
1.920
1.840
1.760
1.680
1.600
1.520
1.440
1.360
1.280
1.200
1.120
1.040
0.960
0.880
0.800
0.720
0.640
0.560
0.480
0.400
0.320
0.240
0.160
0.080
0.000
-0.080
-0.160
-0.240
-0.320
-0.400
-0.480
-0.560
-0.640
-0.720
-0.800
-0.880
-0.960
-1.040
-1.120
-1.200
-1.280
-2.50
-2.00
-1.50
-1.00
-0.50
0.00
0.50
1.00
1.50
2.00
2.50
13
19
31
05
09
38
55
47
56
25
40
39
12
07
29
54
42
03
18
15
32
45
46
16
30
43
41
44
49
26
08
22
36
04
28
34
48
20
27
11
53

Figure II.1.d

- un juge, projeté au centre, peut en être éloigné dans l'espace orthogonal à l'espace de projection.

On distingue 5 groupes de juges, et les intermédiaires projetés autour de l'origine, mais il est difficile de trouver des groupes de juges très ressemblants, il y a toujours des petites différences ; nous ne ferons la classification que grossièrement.

Les 5 groupes sont :

1) 11, 12, 19, 27, 34.

Pour ces juges, les corrélations sont relativement faibles, leurs jugements sur les différents morceaux et les différentes qualités sont peu dépendants.

Nous remarquons que les juges 11 et 27 paraissent les plus semblables dans le groupe ; ils notent de manière assez différentes les divers caractères.

2) 15, 43, 47, 54.

Pour ces juges, les corrélations sont fortes, leurs jugements, sur les différents caractères sont très dépendants. Effectivement, en regardant les données initiales nous remarquons que ces juges mettent à peu près les mêmes notes à tous les morceaux d'un poulet.

Le juge 47 paraît un peu s'isoler du groupe, il se caractérise par le fait qu'il juge de manière différente le blanc et la cuisse, et de manière analogue la peau et le reste.

3) 4, 7, 32, 36, 41, 42, 44, 45, 46.

Pour ces juges, les corrélations sont assez élevées mais un peu moins que celles des juges du groupe 2.

4) 5, 20, 22, 25, 26, 29, 39, 55, 56.

Les corrélations sont assez faibles pour ces juges, mais un peu plus élevées que celles du groupe 1.

5) 1, 3, 9, 28, 30, 33, 40.

Leurs corrélations sont autour de la moyenne, et ils paraissent juger de manière analogue le blanc et la cuisse, et de manière différente la peau du blanc et de la cuisse. Ces juges ont peut-être raison, car en fait, la peau est plus sensible à la cuisson que le blanc et la cuisse, et son goût a donc tendance à changer ; et nous pourrons alors les choisir pour les expériences à venir.

Enfin, un dernier groupe constitué de juges dont les corrélations se situent autour de la moyenne, ces juges sont : 8, 18, 24, 28, 29 ; mais il est difficile de dire que ces juges forment un groupe homogène ; ce qu'on peut dire cependant, c'est qu'ils ont mis des corrélations qui ne sont ni très faibles ni très fortes.

Les juges 13, 16, 31, 38, 53 paraissent isolés dans l'espace à trois dimensions. Le juge 13 paraît être bien représenté par le 4^e axe, le juge 16 par le 4^e et le 5^e axe, et le juge 53 par le 3^e axe.

II.2) APPROXIMATION DE LA MATRICE DE CORRELATION DES 9 NOTES PAR UNE MATRICE DE CORRELATION DEPENDANT D'UN PETIT NOMBRE DE PARAMETRES :

Les matrices de corrélations entre les 9 notes partielles sont peut-être redondantes, il serait alors intéressant de chercher des matrices d'approximation qui soient plus simples.

Cette approximation a aussi d'autres justifications :

- Si 4 variables définissent les 9 notes (cf. première partie), la matrice des corrélations doit elle aussi se simplifier.
- L'imprécision des estimations est fortement réduite et donc l'étude plus intéressante (cette imprécision intervient sans doute pour moitié dans l'inertie du nuage de points).

II.2.1.) Recherche de la matrice d'approximation :

Notons par N_j la nouvelle matrice de corrélation, à rang minimum, relative au juge 'j' (j = 1,...,44).

Nous imposerons une structure particulière à N_j. Il s'agit de trouver N_j telle que $\|R_j - N_j\|^2$ soit minimum. $\|R_j - N_j\|^2$ étant égale au produit scalaire $\langle R_j - N_j, R_j - N_j \rangle$ qui vaut : $tr(R_j - N_j)^2$.

Inspirée par les résultats obtenus précédemment à savoir :

a) les corrélations entre les caractères de chaque morceau sont à peu près les mêmes, mais peuvent dépendre du morceau.

b) les corrélations entre "peau et blanc" et entre "peau et cuisse" sont un peu plus faibles que celles entre "le blanc et la cuisse" ; nous pourrions penser au fait que le blanc et la cuisse sont des muscles, alors que la peau ne l'est pas, et qu'elle est plus affectée par la cuisson que le blanc et la cuisse, elle a tendance, à être un peu amère, et donc à être notée indépendamment du blanc et de la cuisse.

c) la flaveur paraît jouer un rôle particulier dans l'ensemble des 3 qualités (flaveur, tendreté et jutosité).

d) l'interprétation des 3 premiers axes de l'ACP du § II.1.

Nous imposons d'après a, b, c et d à N_j la structure suivante :

$N_j =$

PF	PT	PJ	BF	BT	BJ	CF	CT	CJ	
1	ρ_1^j	ρ_1^j	ρ_4^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_4^j	ρ_6^j	ρ_6^j	PF
	1	ρ_1^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	PT
		1	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	ρ_6^j	PJ
			1	ρ_2^j	ρ_2^j	ρ_4^j	ρ_5^j	ρ_5^j	BF
				1	ρ_2^j	ρ_5^j	ρ_5^j	ρ_5^j	BT
					1	ρ_5^j	ρ_5^j	ρ_5^j	BJ
						1	ρ_3^j	ρ_3^j	CF
							1	ρ_3^j	CT
								1	CJ

où ρ_1^j est la corrélation commune entre les caractères de la peau, relative au $j^{ème}$ juge

ρ_2^j " " " " " du blanc, "

ρ_3^j " " " " " de la cuisse, "

ρ_4^j " " " " " de la flaveur, "

ρ_5^j est la corrélation entre "blanc et cuisse", relative au $j^{ème}$ juge (sans le caractère flaveur).

ρ_6^j est la corrélation entre "peau et blanc" et entre "peau et cuisse" relative au $j^{ème}$ juge (sans le caractère flaveur).

N_j s'écrit :

$$N_j = I_9 + \rho_1^j M_1 + \rho_2^j M_2 + \ldots + \rho_6^j M_6$$

où I_9 est l'identité d'ordre 9.

$M_1, M_2, \ldots, M_6$ sont des matrices d'ordre 9 ayant chacune la forme suivante :

$M_1 =$

0	1	1						
1	0	1						
1	1	0						
			○		○		○	
			○		○		○	

; $M_2 =$

○			○			○		
			0	1	1			
○			1	0	1	○		
			1	1	0			
○			○			○		

$M_3 =$

○			○			○		
○			○			○		
○			○			0	1	1
						1	0	1
						1	1	0

; $M_4 =$

	○		1	0	0	1	0	0
			0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0
1	0	0				1	0	0
0	0	0		○		0	0	0
0	0	0				0	0	0
1	0	0	1	0	0			
0	0	0	0	0	0		○	
0	0	0	0	0	0			

$$M_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad M_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nous remarquons que $M_1, M_2, \ldots, M_6$ sont orthogonales pour le produit scalaire choisi : "trace"

$$< M_\ell, M_k > = 0 \quad \forall\, \ell, k \text{ pour } \ell \neq k \quad (\ell, k = 1, \ldots, 6)$$

Trouver N_j telle que $\|R_j - N_j\|^2$ soit minimum, revient à trouver $(\rho_1^j, \rho_2^j, \ldots, \rho_6^j)$ tels que $\|R_j - I_9 - \sum_{i=1}^{6} \rho_i^j M_i\|^2$ soit minimum ; nous trouvons alors : $(\forall\, j = 1, \ldots, 44)$

$$\rho_1^j = \frac{\text{tr } R_j M_1}{\text{tr } M_1^2} \quad ; \quad \rho_2^j = \frac{\text{tr } R_j M_2}{\text{tr } M_2^2} \quad ; \quad \rho_3^j = \frac{\text{tr } R_j M_3}{\text{tr } M_3^2}$$

$$\rho_4^j = \frac{\text{tr } R_j M_4}{\text{tr } M_4^2} \quad ; \quad \rho_5^j = \frac{\text{tr } R_j M_5}{\text{tr } M_5^2} \quad ; \quad \rho_6^j = \frac{\text{tr } R_j M_6}{\text{tr } M_6^2} \quad .$$

Les valeurs obtenues pour $\rho_1^j, \rho_2^j, \ldots, \rho_6^j$ sont données dans le tableau (II.2.a) en annexe.

Nous remarquons que :

a) les corrélations $\rho_1^j, \rho_2^j, \rho_3^j$ sont en général assez élevées, et du même ordre 0,5 pour tout j. Nous pourrions alors songer à choisir, comme matrice d'approximation la matrice NN_j de la forme :

$$NN_j = \left(\begin{array}{cccccccc}
1 & \rho_{11}^j & \rho_{11}^j & \rho_4^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_4^j & \rho_6^j & \rho_6^j \\
 & 1 & \rho_{11}^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j \\
 & & 1 & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j & \rho_6^j \\
\hline
 & & & 1 & \rho_{11}^j & \rho_{11}^j & \rho_4^j & \rho_5^j & \rho_5^j \\
 & & & & 1 & \rho_{11}^j & \rho_5^j & \rho_5^j & \rho_5^j \\
 & & & & & 1 & \rho_5^j & \rho_5^j & \rho_5^j \\
\hline
 & & & & & & 1 & \rho_{11}^j & \rho_{11}^j \\
 & & & & & & & 1 & \rho_{11}^j \\
 & & & & & & & & 1
\end{array}\right)$$

La même forme que celle de N_j, mais avec la même corrélation entre les caractères de chaque morceau :

$$\rho_1^j = \rho_2^j = \rho_3^j = \rho_{11}^j \qquad \forall\ j = 1,\ldots,44.$$

Le tableau II.2.b des valeurs de ρ_{11}^j est donné en annexe, ρ_4^j, ρ_5^j, ρ_6^j sont celles données par le tableau II.2.a.

b) Les corrélations ρ_6^j sont en général assez faibles pour tout j.

II.2.2.) Mesure de la qualité d'approximation. Définition d'un critère.

Pour mesurer la qualité d'approximation de R_j par la matrice N_j, nous utilisons le critère 'pondéré' suivant :

$$\frac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2} \qquad (a)$$

où n_j est le nombre d'observations pour le juge 'j'.

Ce critère (a) consiste à comparer les sommes de carré des différences des corrélations, aux sommes de carré des corrélations initiales. Il s'agit de sommes pondérées par n_j qui est le nombre de poulets dégustés par le juge 'j'.

Justification de la pondération par n_j :

Nous pondérons par n_j parce que la variance asymptotique de l'estimateur d'une corrélation est inversement proportionnelle à l'effectif de l'échantillon. Cette pondération paraît nécessaire parce que l'effectif n_j varie d'un juge à l'autre (de 15 à 151).

Nous trouvons pour le critère (a) la valeur 0.087, une perte d'information relativement faible de 8,7 % ; nous arrivons donc à remplacer 36 corrélations par 6 qui sont $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6$.

Nous pouvons donc considérer la matrice N_j , comme une bonne représentation de la matrice de corrélation initiale R_j $(j = 1,44)$.

Remarque : Quand nous supposons l'égalité de ρ_1, ρ_2, ρ_3 (matrice NN_j) le critère (a) vaut 0.0967, nous perdons un peu plus qu'avec N_j ; NN_j peut aussi être considérée comme une bonne approximation de R_j , et donc 4 corrélations suffisent.

II.2.3.) Contrôle de la qualité d'approximation :

Nous désirons comparer la variance résiduelle à la grandeur des aléas. Nous savons que N_j est une bonne approximation de R_j : $R_j \approx N_j \Rightarrow (R_j - N_j)$ représente l'erreur de l'échantillon. $E(R_j - N_j)^2$ est la variance de l'erreur définie par la trace : $E(R_j - N_j)^2 = tr(R_j - N_j)^2 \approx \frac{(1-\rho^2)^2}{n_j} \times 36$. est en moyenne de l'ordre de 0.4.

$$tr(R_j - N_j)^2 \approx \frac{0,7 \times 36}{n_j} \approx \frac{25}{n_j} \Rightarrow n_j \, tr(R_j - N_j)^2 \approx 25.$$

Les valeurs de $n_j tr(R_j - N_j)^2$ sont données en annexe par le tableau (II.2.c).

Comparons alors $(n_j tr(R_j - N_j)^2)$ à 25 pour tout 'j' ; nous remarquons que c'est sensiblement différent ; nous indiquons que les juges, pour lesquels l'écart est trop grand (≥ 70 ou 60), sont mal représentés, et que pour ce qui les concerne, les résultats de l'analyse sont discutables.

Nous pouvons donc considérer, que le modèle est une bonne approximation, mais ne paraît pas être strictement valable.

II.2.4.) Discussion et comparaison des différents critères :

L'ACP (II.1) permet de remplacer les matrices de corrélation, par leurs projections sur les 3 premiers axes en perdant 35,75 % de l'information.

Si maintenant, nous les remplaçons par N_j, la perte évaluée, par le critère

$$(b) : \frac{\sum_{j=1}^{44} tr(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} tr(R_j - \bar{R})^2} \quad \text{où} \quad \bar{R} = \frac{1}{44} \sum_{j=1}^{44} R_j ,$$

est de 36.93 % ; nous perdons à peu près la même quantité d'information qu'en ACP. Nous notons que le critère (b) utilisé est le même que celui de l'ACP (II.1). Si nous pondérons ce critère, on obtient :

$$(b') : \frac{\sum_{j=1}^{44} n_j\, tr(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j\, tr(R_j - \bar{R})^2} \quad \text{où} \quad \bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{44} n_j R_j \; ; \; n = \sum_{j=1}^{44} n_j .$$

Nous trouvons pour (b') la valeur 0.3610.

Le critère (b') convient à l'étude de dispersion des juges plus que le premier (a).

Il y a d'autres critères :

*) le critère (c) définie par : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(R_j - \bar{R})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(R_j - I)^2}$ où $\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{44} n_j R_j$,

il sert à comparer les sommes de carré des écarts entre corrélations individuelles et corrélations moyennes, aux sommes de carré des corrélations. Nous trouvons pour (c) la valeur 0.2422, ce qui est assez faible.

La corrélation moyenne traduit l'attitude générale des juges ; les écarts individuels sont donc faibles par rapport aux caractères communs.

*) De la même manière, nous pouvons calculer ce critère pour les matrices construites N_j , soit (d) ce nouveau critère :

$$(d) : \quad \frac{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(N_j - \bar{N})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(N_j - I)^2} \quad \text{où} \quad \bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{44} n_j N_j .$$

Nous trouvons pour (d) 0.179, une valeur assez faible ; la forme particulière de la matrice N_j est donc un caractère commun. En passant de R_j à N_j , nous réduisons les différences entre juges.

*) le critère

$$(e) : \quad \frac{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(R_j - \bar{N})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j tr(R_j - I)^2} \quad \text{où} \quad \bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{44} n_j N_j .$$

Nous trouvons 0.2522 ; nous retrouvons un critère équivalent au critère (c) ; $\bar{N}$ est donc équivalente à $\bar{R}$ pour décrire les corrélations moyennes ; nous pouvons mieux justifier ceci par la remarque suivante :

Remarque : $\bar{N}$ est la meilleure approximation de $\bar{R}$. En effet, nous avons déjà vu que les N_j sont les meilleures approximations de R_j (au sens du critère choisi) ; N_j étant la projection de R_j , or la projection est un opérateur linéaire, donc la projection de la moyenne $(\bar{R})$ est la moyenne des projections N_j qui est $\bar{N}$. $\bar{N}$ s'écrit :

$$\bar{N} = \begin{pmatrix}
1 & \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_4 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_4 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 \\
 & 1 & \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 \\
 & & 1 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 & \bar{\rho}_6 \\
 & & & 1 & \bar{\rho}_2 & \bar{\rho}_2 & \bar{\rho}_4 & \bar{\rho}_5 & \bar{\rho}_5 \\
 & & & & 1 & \bar{\rho}_2 & \bar{\rho}_5 & \bar{\rho}_5 & \bar{\rho}_5 \\
 & & & & & 1 & \bar{\rho}_5 & \bar{\rho}_5 & \rho_5 \\
 & & & & & & 1 & \bar{\rho}_3 & \bar{\rho}_3 \\
 & & & & & & & 1 & \bar{\rho}_3 \\
 & & & & & & & & 1
\end{pmatrix}$$

où $\bar{\rho}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{44} n_j \rho_i^j \qquad \forall\, i = 1,\ldots,6.$

Nous mesurons la qualité d'approximation de $\bar{R}$ par $\bar{N}$ par le critère (f) : $\dfrac{tr(\bar{R} - \bar{N})^2}{tr(\bar{R} - I)^2}$, nous trouvons 0.0131, ce qui est très faible. Donc $\bar{N}$ est une bonne approximation de $\bar{R}$; c'est un résultat qui pourrait nous intéresser pour les caractères communs des juges.

Récapitulons les valeurs des différents critères dans le tableau suivant :

critère	valeur du critère
(a) : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2}$	0.087
(b) : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} \mathrm{tr}(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} \mathrm{tr}(R_j - \bar{R})^2}$	0.3693
(b') : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - \bar{R})^2}$	0.3610
(c) : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - \bar{R})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2}$	0.2422
(d) : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(N_j - \bar{N})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(N_j - I)^2}$	0.179
(e) : $\dfrac{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - \bar{N})^2}{\sum_{j=1}^{44} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2}$	0.2522
(f) : $\dfrac{\mathrm{tr}(\bar{R} - \bar{N})^2}{\mathrm{tr}(\bar{R} - I)^2}$	0.0131

II.3) COMPARAISON AVEC LES RESULTATS DES EXPERIENCES COMPLEMENTAIRES :
APPROXIMATION DE LA MATRICE DE CORRELATION :

(Etude en ignorant la structure sur l'ensemble des notes).

Nous nous intéressons à l'approximation de la matrice de corrélation par une matrice simple, dépendant d'un petit nombre de paramètres, et ayant la même structure que N_j . (cf. § II.2.). De la même façon, nous déterminons $\rho_1^j, \rho_2^j, \ldots, \rho_6^j$ $(j = 1,\ldots,6)$, et les présentons dans le tableau (II.3.a) en annexe.

Par cette approximation, nous perdons 27.74 % de l'information, ce qui n'est pas négligeable.

Pour pouvoir comparer avec les résultats précédents, nous refaisons l'étude sur uniquement 6 juges des "données de base' (les 6 juges utilisés pour les données complémentaires), et alors nous perdons 20.66 %, il y a un supplément de perte d'information de 7 % ; évidemment, la structure de l'expérience n'est pas la même dans les 2 cas, mais il pourrait s'agir d'un changement de comportement des juges, auquel cas, il faudrait utiliser une autre matrice que N_j pour l'approximation de R_j .

Résumons dans le tableau suivant la quantification de quelques critères pour les 2 différentes études :

critère	Données complémentaires (6 juges)	Données de base (6 juges)
$\dfrac{\sum_{j=1}^{6} n_j \mathrm{tr}(R_j - N_j)^2}{\sum_{j=1}^{6} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2}$	0.2774	0.2066
$\dfrac{\sum_{j=1}^{6} n_j \mathrm{tr}(R_j - \bar{R})^2}{\sum_{j=1}^{6} n_j \mathrm{tr}(R_j - I)^2}$	0.4589	0.3523

II.4) ACP SUR LES JUGES REPRESENTES PAR LES 6 CORRELATIONS :

Une classification des juges à partir de l'ACP sur les 36 corrélations a été présentée au (§ II.1). Il est intéressant de la comparer à celle que nous obtenons en ne considérant que 6 corrélations :

- soit $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6$ introduites précédemment.
- soit les 6 corrélations entre les 4 variables (MP,MB,MC,MF).

II.4.1.) ACP sur les juges représentés par $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6$:

II.4.1.1. Choix de métrique.

Nous avons vu que $R_i \approx I + \rho_1^i M_1 + \rho_2^i M_2 + \ldots + \rho_6^i M_6 = N_i \quad \forall\ i = 1,\ldots,44$

$$(R_i - I) \approx (N_i - I) = \rho_1^i M_1 + \rho_2^i M_2 + \ldots + \rho_6^i M_6 \quad \forall\ i = 1,\ldots,44.$$

Quelle est la matrice Q telle que nous ayons :

$$< R_i - I, R_j - I >_I \approx < N_i - I, N_j - I >_Q \quad \forall\ i,j = 1,\ldots,44$$

$$< R_i - I, R_j - I >_I \approx \rho_1^i \rho_1^j \operatorname{tr} M_1^2 + \ldots + \rho_6^i \rho_6^j \operatorname{tr} M_6^2 \quad \text{avec}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tr}(M_\ell M_k) = 0 & \forall\ \ell \neq k \\ \operatorname{tr} M_1^2 = \operatorname{tr} M_2^2 = \operatorname{tr} M_3^2 = \operatorname{tr} M_4^2 = 6 \\ \operatorname{tr} M_5^2 = 16 \\ \operatorname{tr} M_6^2 = 32 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow < R_i - I, R_j - I > \approx 2(3\rho_1^i \rho_1^j + \ldots + 3\rho_4^i \rho_4^j + 8\,\rho_5^i \rho_5^j + 16\,\rho_6^i \rho_6^j)$$

$$\Longrightarrow < R_i - I, R_i - I > \approx 2([\sqrt{3}\,\rho_1^i]^2 + \ldots + [\sqrt{3}\,\rho_4^i]^2 + [2\sqrt{2}\,\rho_5^i]^2 + [4\,\rho_6^i]^2$$

$$\| \quad < N_i - I, N_i - I >_Q$$

$$\Rightarrow \quad Q = \begin{pmatrix} 3 & & & & & \\ & 3 & & & 0 & \\ & & 3 & & & \\ & & & 3 & & \\ & 0 & & & 8 & \\ & & & & & 16 \end{pmatrix}$$

L'ACP sur les juges représentés par les matrices N_j avec la métrique Q est équivalente à l'ACP sur les juges représentés par les matrices R_j avec la métrique identité.

La métrique Q étant diagonale, et ne diffère de l'identité que de la diagonale, alors pour des raisons de commodité (utilisation d'un programme standard), nous avons donc fait l'ACP avec la métrique I.

II.4.1.2. Résultats et interprétation :

PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS *****

ATENT ROOTS ***

1	2	3	4	5	6
6.6316	1.4527	0.6986	0.6570	0.4302	0.2298

ENTAGE VARIANCE*

1	2	3	4	5	6
65.6603	14.3829	6.9166	6.5052	4.2593	2.2756

ATENT VECTORS(LOADINGS) ***

	1	2	3	4	5	6
ℓ_1 X(1)	-0.3552	-0.3733	-0.6120	0.4345	-0.2353	0.3403
ℓ_2 X(2)	-0.4356	-0.2886	0.6431	0.5133	0.1055	-0.1971
ℓ_3 X(3)	-0.4413	-0.3871	-0.0671	-0.5780	0.5514	0.1132
ℓ_4 X(4)	-0.3555	0.7079	0.0658	0.1554	0.2773	0.5169
ℓ_5 X(5)	-0.4770	0.1117	0.1950	-0.4293	-0.7331	0.0165
ℓ_6 X(6)	-0.3680	0.3376	-0.4063	0.0725	0.1234	-0.7517

La coupure entre le $2^{ème}$ axe et le suivant est très nette ; nous pouvons ne considérer que les 2 premiers axes ; ils expriment à eux seuls 80.04 % de la variabilité des approximations, 20 % de perte ; il faut noter qu'à cette perte s'ajoute celle obtenue en approchant les 36 corrélations par 6 $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6)$.

Le 1er axe, plus important, avec 65.66 %, et s'interprète comme la corrélation moyenne. Le 2ème avec 14.38 %, oppose les corrélations entre notes à l'intérieur de chaque morceau aux corrélations entre notes relatives à une même qualité.

On remarque que les 2 premiers axes ont la même interprétation que les 2 premiers de l'ACP (II.1).

II.4.1.3. Groupement des juges (figure II.4.a.).

Nous étudions le groupement des juges dans le plan (1,2). Pour faire ce groupement, nous commençons par écarter les juges qui ne sont pas bien représentés par les $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6)$, c'est-à-dire pour lesquels $(n_j tr(R_j - N_j)^2)$ soit grand, puis faire la classification des juges restants.

Nous distinguons alors 4 groupes :

1) 15, 43, 54

Pour ces juges, les corrélations sont fortes ; leurs jugements sont très dépendants.

2) 4, 31, 32, 36, 38, 41, 42, 44, 45

Pour ces juges, les corrélations sont assez élevées, mais un peu moins élevées que celles du 1er groupe.

3) 8, 16, 20, 22, 48

Ces juges paraissent avoir des jugements analogues sur la flaveur de chaque morceau, mais des jugements différents sur les caractères d'un même morceau.

4) 1, 3, 9, 13, 24, 33, 40

Ces juges paraissent plutôt avoir des jugements analogues sur les caractères d'un même morceau, et des jugements différents sur la flaveur de chaque morceau.

Pour les juges 7, 18, 28, 29, 30, 46, 49, 56, les corrélations se situent autour de la moyenne ; ces juges sont assez dispersés, nous ne pouvons dire qu'ils forment un groupe.

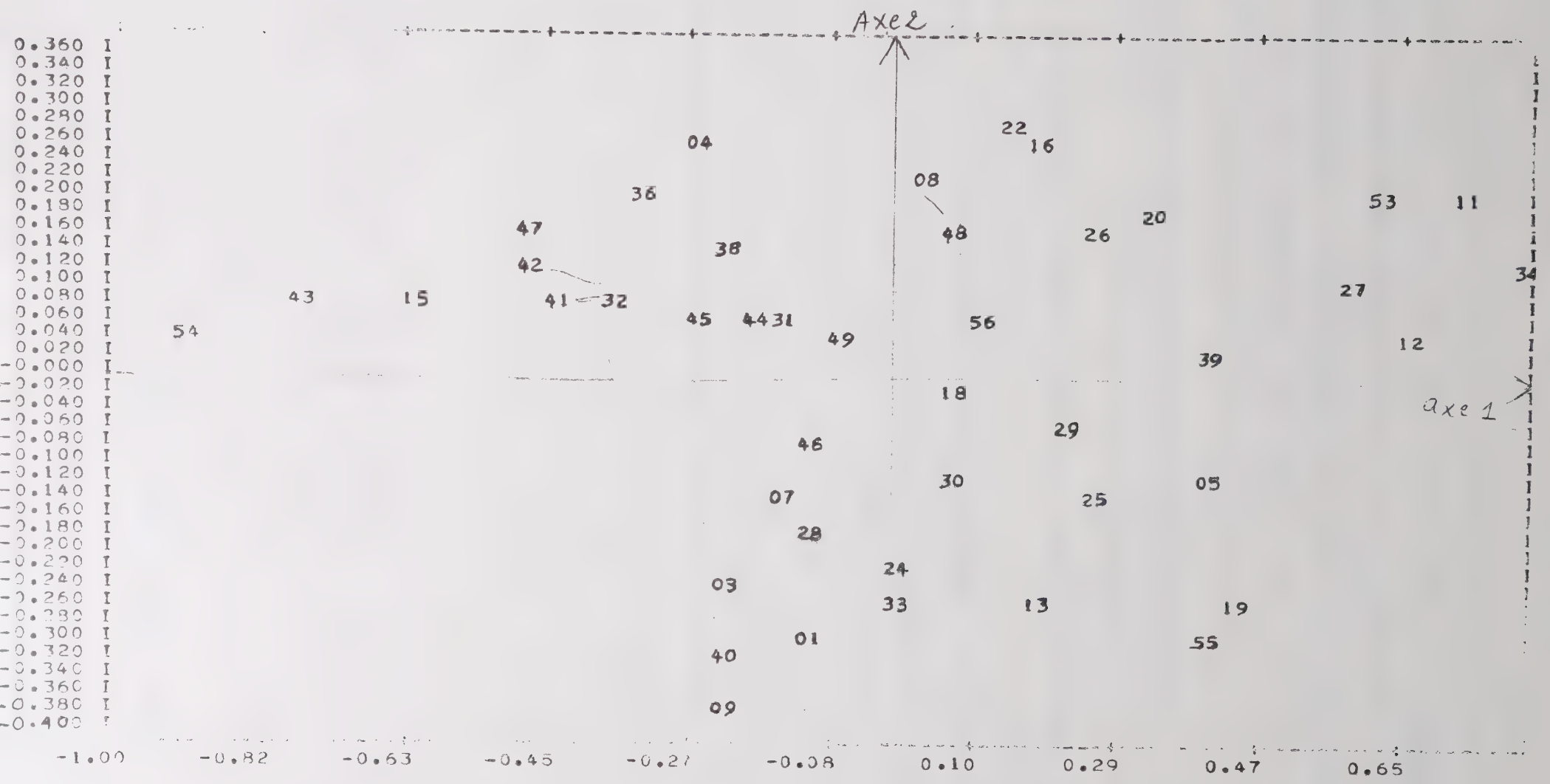

Axe 2
axe 1
0.360
0.340
0.320
0.300
0.280
0.260
0.240
0.220
0.200
0.180
0.160
0.140
0.120
0.100
0.080
0.060
0.040
0.020
-0.000
-0.020
-0.040
-0.060
-0.080
-0.100
-0.120
-0.140
-0.160
-0.180
-0.200
-0.220
-0.240
-0.260
-0.280
-0.300
-0.320
-0.340
-0.360
-0.380
-0.400
-1.00
-0.82
-0.63
-0.45
-0.27
-0.08
0.10
0.29
0.47
0.65
04
22
16
08
36
53
11
47
48
26
20
38
42
34
43
15
41
32
27
45
44
31
56
54
49
12
39
18
29
46
30
05
07
25
28
24
03
33
13
19
01
55
40
09

Figure II.4.a

Remarques :

- Les juges 11, 12, 27, 34, 53 paraissent bien groupés, mais nous ne pouvons dire qu'ils forment un groupe, car ils sont mal représentés par les $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_6)$; les $(n_j tr(R_j - N_j)^2)$ correspondants sont grands.
- Les juges 28 et 56 sont plutôt bien représentés par le $4^{ème}$ axe.

II.4.2.) ACP sur les juges représentés par les corrélations des 4 variables (MP, MB, MC, MF).

Dans l'ACP du § I.2, nous avons trouvé 4 variables (MP, MB, MC, MF) qui approximaient les 9 variables de départ, sans trop de perte d'information ; il serait alors intéressant de faire la même étude (ACP) sur les corrélations de ces 4 variables, et de comparer avec les résultats précédents.

Les résultats obtenus :

```
***** PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS: LATENT ROOTS AND VECTORS *****

          *L ROOTS
                1          2          3          4          5          6
            6.2615     1.4904     0.6508     0.4312     0.1655     0.0984

        % OF VARIANCE
            68.8249    16.3817     7.1532     4.7396     1.8188     1.0818

          *VECTORS
                1          2          3          4          5
(*MP,*MB) 1 -0.5415     0.2599     0.5789     0.4698    -0.2602     0.125
(*MP,*MC) 2 -0.4253     0.5053    -0.6220     0.1413     0.0740    -0.389
(*MP,*MF) 3 -0.2902     0.3563     0.1248    -0.5339     0.5056     0.482
(*MB,*MC) 4 -0.5061    -0.6816    -0.3073     0.2244     0.2311     0.284
(*MB,*MF) 5 -0.3245    -0.2815     0.3703    -0.3813     0.1903    -0.704
(*MC,*MF) 6 -0.2832    -0.0802    -0.1758    -0.5277    -0.7626     0.149

*** TRACE =    9.0977
```

Les 2 premiers axes expliquent 85.20 % de la variabilité totale des 4 variables.

Le 1er s'interprète comme la moyenne des 6 corrélations. Le 2ème oppose les corrélations entre "la peau et le reste" aux corrélations entre le "blanc et la cuisse" et entre "le blanc et la peau".

Groupements des juges (figure II.4.b).

Nous distinguons les groupes suivants :

1) 4, 15, 32, 36, 38, 41, 42, 43, 45, 47, 54

Pour ces juges, les corrélations sont assez fortes pour les 4 notes. En particulier, les juges 15, 43, 47, 54 ont mis des notes plus fortes que celles mises par les autres juges du groupe.

2) 9, 28, 53

Ces juges paraissent juger de manière différente la peau du blanc et de la cuisse.

3) 2 autres groupes autour de l'origine :

. 7, 8, 16, 22, 44, 46

. 18, 26, 53, 56

Les juges restants sont très dispersés, nous ne pouvons les grouper.

D'autre part, nous remarquons que :

- le juge 7 est bien représenté par le 3ème axe, les juges 12, 47 par le 1er et 3ème axe, et le juge 53 par le 4ème axe.
- le groupement obtenu pour cette étude est assez différent de celui obtenu par les 2 précédentes études ; les 4 variables sont donc bien un résultat global.

Comparaison des différentes classifications.

La 3ème classification étant assez différente, nous ne comparons alors, que les 2 premières en cherchant les sous-ensembles de juges communs obtenus par les 2 études de classification ; nous ne nous intéressons pas aux juges non communs aux deux. Nous distinguons alors les groupes suivants :

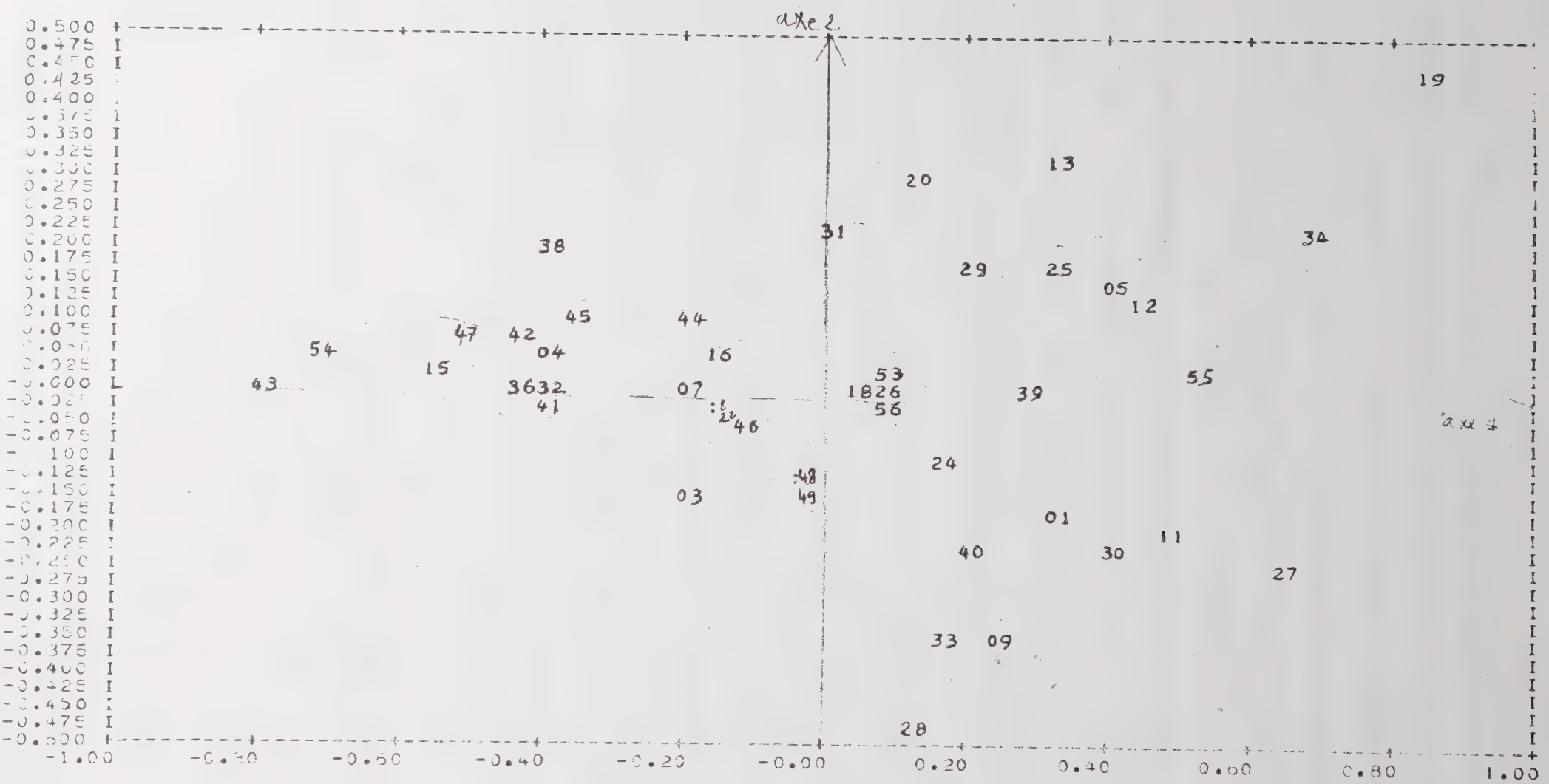

axe 2
axe 1
0.500
0.475
0.450
0.425
0.400
0.350
0.325
0.300
0.275
0.250
0.225
0.200
0.175
0.150
0.125
0.100
0.075
0.025
-0.000
-0.050
-0.075
-0.125
-0.150
-0.175
-0.200
-0.225
-0.250
-0.275
-0.300
-0.325
-0.350
-0.375
-0.400
-0.425
-0.450
-0.475
-0.500
-1.00
-0.80
-0.60
-0.40
-0.20
-0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
19
13
20
31
34
38
29
25
05
12
45
44
47
42
54
04
16
15
53
55
43
3632
07
1826
39
41
56
46
24
48
03
49
01
11
40
30
27
33
09
28

Figure II.4.b

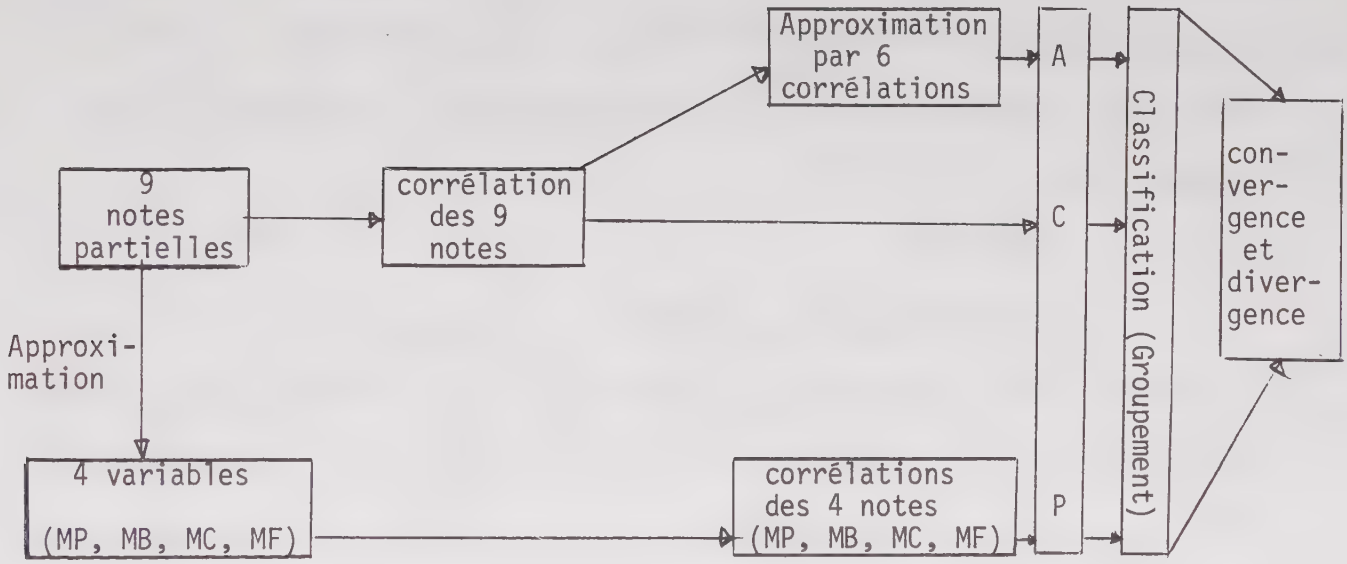
1) 15, 43, 54 ; juges qui mettent de fortes corrélations.

2) 4, 32, 36, 41, 42, 44, 45 ; juges qui mettent aussi d'assez fortes corrélations, mais moins fortes que celles du 1er groupe.

3) 18, 28, 49 ; juges qui mettent des corrélations ni trop fortes ni trop faibles.

4) 1, 3, 9, 33, 40 ; jugent différemment la peau du blanc et de la cuisse, et jugent de manière analogue le blanc et la cuisse.

Schéma récapitulatif des études précédentes.



II.5.) PREDICTION DE LA NOTE GLOBALE PAR LES NOTES PARTIELLES.

Nous voulons savoir dans quelle mesure les juges mettent la note globale en fonction des notes partielles. Pour cela, nous faisons les mêmes études qu'au § I.3, mais juge par juge (études de régression).

II.5.1.) Régression de la note globale par rapport aux 9 notes :

Les valeurs du carré du coefficient de corrélation multiple $(RM)^2$ sont données dans le tableau (II.5.a). D'après ces valeurs, nous remarquons que :

- les $(RM)^2$ sont grands ; en moyenne, le $(RM)^2$ est de l'ordre de 0.78.
- le $(RM)^2$ n'est pas très variable d'un juge à l'autre ; l'écart-type de l'échantillon des estimations étant de l'ordre de 0.1109, ce qui est assez faible. Pour avoir une idée de la dispersion, nous calculons la variance du carré du coefficient de corrélation multiple pour chaque juge, donnée par la formule :

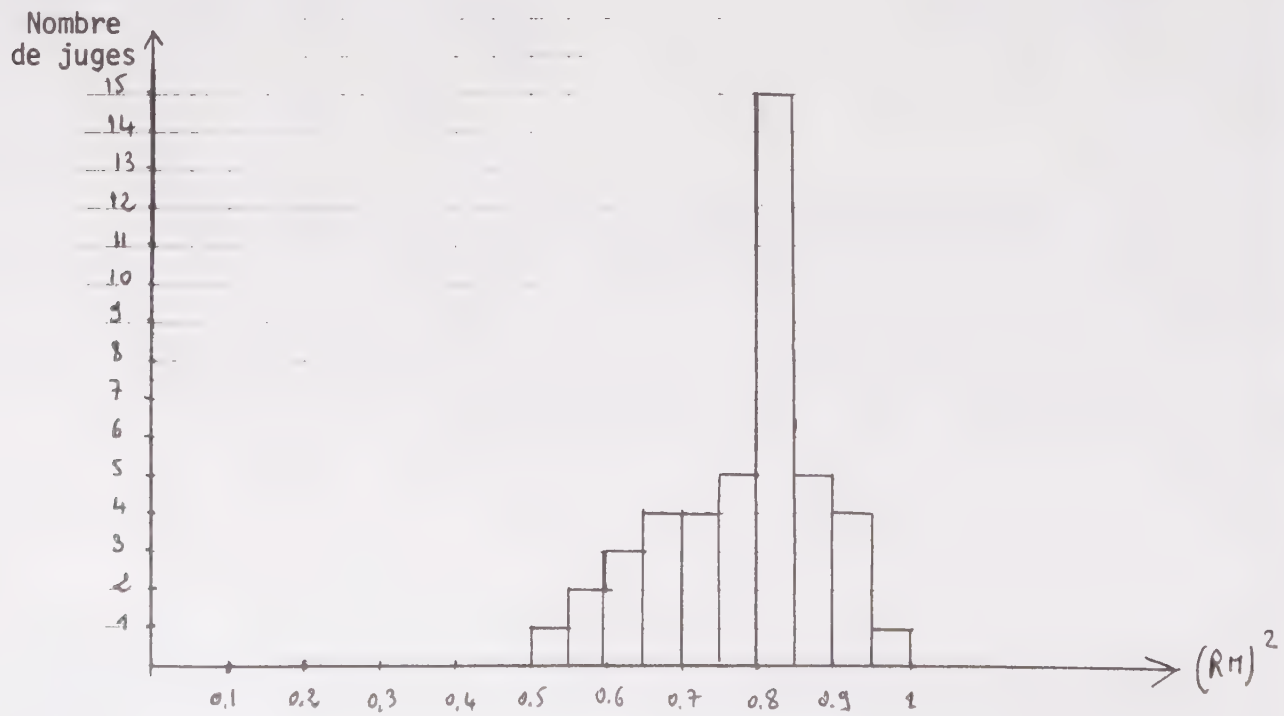
$$\mathrm{Var}(RM)^2 \approx \frac{4(RM)^2\,(1 - (RM)^2)^2}{n_j} \qquad \forall\ j = 1,\ldots, 44.$$

Ces formules ne peuvent donner que des approximations, vu le fait qu'elles exigent :

. la normalité

. les effectifs (n_j) grands.

Les variances sont données dans le tableau (II.5.b) en annexe ; elles sont en général assez faibles. Pour mieux voir encore, considérons l'histogramme suivant :



Nous remarquons que :

. pour plus de la moitié le $(RM)^2$ est compris entre 0.75 et 0.90 (présence d'un pic).

. plus de 1/3 de la population des juges, ont un $(RM)^2$ compris entre 0.80 et 0.85.

. une dispersion des valeurs du $(RM)^2$ qui n'est sans doute dûe qu'aux fluctuations de l'échantillonnage, car si nous comparons la variance théorique de RM^2

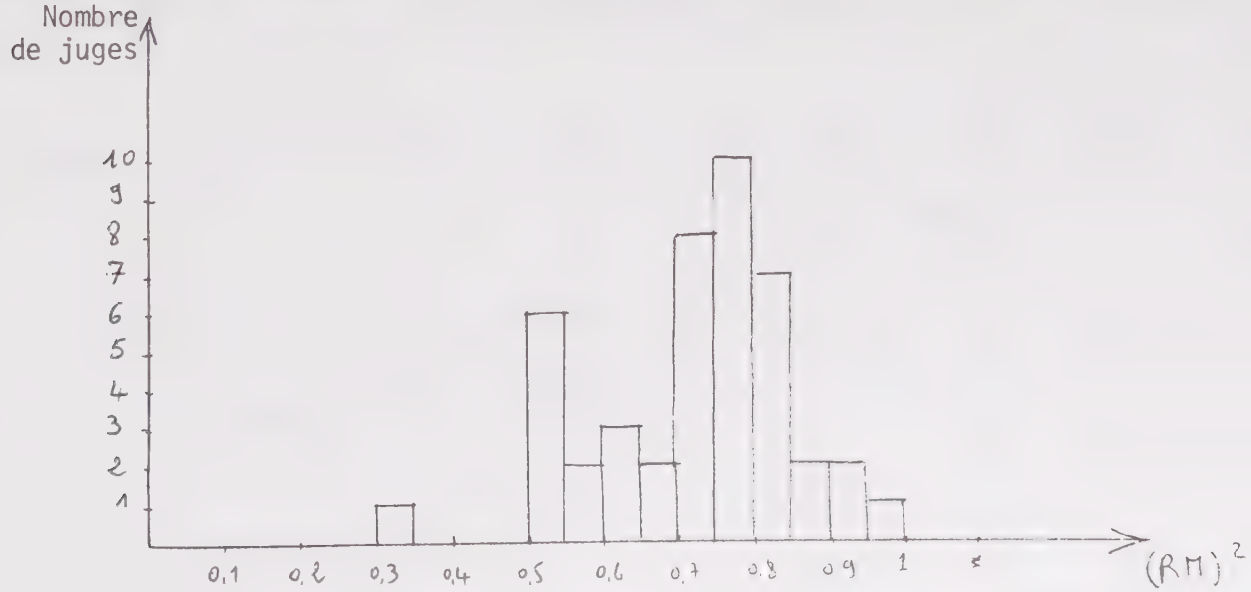
$$(\mathrm{Var}(RM)^2 \approx \frac{4(RM)^2(1 - (RM)^2)^2}{n_j})$$

qui est de l'ordre de 0.02 (avec un $(RM)^2 \approx 0.8$ et $n_j = 30$), avec la variance calculée sur l'échantillon des $(RM)^2$ qui est de l'ordre de 0.012 ; nous trouvons 2 valeurs très proches.

De ces résultats, nous pouvons considérer que l'hypothèse d'un $(RM)^2$ commun est admissible.

II.5.2.) Régression de NG par rapport aux 4 notes (MP,MB,MC,MF).

Nous donnons les valeurs des $(RM)^2$ (carré du coefficient de corrélation multiple de la note globale avec les 4 notes MP, MC, MB, MF, obtenu juge par juge) dans le tableau (II.5.c.), nous remarquons que les valeurs sont assez grandes. Pour étudier un peu la dispersion de ces valeurs, considérons l'histogramme suivant :



Nous constatons alors que :

. plus de la moitié des juges ont un $(RM)^2$ compris entre 0.70 et 0.85.

. formation de 2 sous-populations dont :

*) une formée par la majorité des juges

*) une formée par 6 juges uniquement.

Le juge 7 paraît bien isolé du reste, il a un $(RM)^2$ de l'ordre de 0.32 ; il est possible que ce juge ait des critères à lui, pour juger le poulet.

Remarque : Les coefficients de régression relatifs à la flaveur sont plus élevés que les autres (les coefficients de régression sont présentés dans le tableau (II.5d).

II.6) COMPARAISON AVEC LES REGRESSIONS GLOBALES DU § I.3. TESTS.

Pouvons-nous estimer qu'il s'agit d'une relation unique, entre la note globale et les notes partielles pour tous les juges ?

Pour cela, nous faisons un test classique d'égalité, entre les coefficients de régression obtenus juge par juge, et les coefficients de régression respectifs obtenus globalement.

La statistique utilisée est :

$$U = \frac{(SCR_{H_o} - SCR_H)/(h-h_o)}{SCR_H/(n-k)} \underset{H_o}{\sim} F_{(h-h_o),(n-k)}$$

SCR_H : est la somme des carrés résiduels obtenus pour tous les juges

$(SCR_H = \sum_{j=1}^{44} SCR_j)$.

SCR_{H_o} : est la somme des carrés résiduels obtenus globalement.

Nous mettons la même relation pour tous les juges (sous l'hypothèse H_o)

c'est-à-dire que les coefficients de régression sont les mêmes pour tous les juges (cf. § I.3).

h : nombre de paramètres sous H (pour tous les juges).

h_o : nombre de paramètres sous H_o (pour la relation commune).

n = nombre d'observations total ($\sum_{i=1}^{44} n_i = 1542$).

Nous faisons le test pour les 2 cas de régression (cas des 9 notes, et celui des 4 notes);

1er cas

$h = 9 \times 44 = 396$ (les termes constants n'existent pas car les variables sont centrées).

$h_o = 9$

$h - h_o = 392$

$n - h = 1146$

$U \underset{H_o}{\sim} F_{392,1146}$.

Nous trouvons pour U la valeur 1.5958 ; or la valeur limite du $F_{392,1146}$ est 1.07 (par interpolation) ; nous rejetons donc H_o .

Nous remarquons cependant qu'il n'y a pas une grosse différence entre le F théorique et le F observé, et donc que les écarts entre juges sont faibles.

2ème cas

$h = 4 \times 44 = 176$

$h_o = 4$

$\Big\}$ $h - h_o = 172$

$n - h = 1366$

$U \underset{H_o}{\sim} F_{172,1366}$.

Nous trouvons pour U la valeur 2.00, nous rejetons donc H_o . Nous aboutissons pour les 2 cas au rejet de l'hypothèse. Nous rejetons donc le fait que les juges mettent la même relation entre la note globale et les notes partielles.

Conclusion :

Evidemment, ce n'est qu'une conclusion approximative, car pour faire ce test, il y a des conditions que nous supposons vraies, telle que par exemple, la normalité des variables, condition que nous ne pouvons vérifier car ces variables sont des notes, et donc des variables discrètes. Donc le test utilisé n'est qu'un test approché.

II.7) CLASSIFICATION DES JUGES REPRESENTES PAR LES COEFFICIENTS DE REGRESSION DES 4 NOTES.

D'après l'histogramme (cf. § II.5.2.), nous avons remarqué qu'il y a plus d'hétérogénéité pour le cas de la régression de la note globale par rapport aux 4 variables (une plus grande dispersion des $(RM)^2$) ; d'autre part, les 9 variables sont correlées, il est donc plus correct de considérer les régressions de la note globale sur les 4 variables, et de faire la classification sur les juges représentés par les 4 coefficients de régression.

Nous cherchons donc les groupes de juges ayant des opinions similaires sur la manière dont ils ont mis la note globale par rapport aux 4 variables. Il existe une distance naturelle entre les ensembles de coefficients de régression ; nous ferons donc une classification des juges basée sur cette distance.

Nous utiliserons alors comme méthode, la classification automatique, le programme correspondant s'adapte très bien avec cette distance.

II.7.1.) Données utilisées - Métrique - Agrégation.

Soit le tableau B des coefficients de régression (tableau II.5.d.) de dimension 4 x 44 où 4 est le nombre de coefficients de régression de la note globale par rapport aux 4 variables, 44 est le nombre de juges.

Soit $b^{(k)} \in \mathbb{R}^{44}$

$$b^{(k)} = \begin{pmatrix} b_1^{(k)} \\ b_2^{(k)} \\ \vdots \\ b_{44}^{(k)} \end{pmatrix} \qquad k = 1,\ldots, 4$$

$b^{(k)}$ est le vecteur des 44 coefficients de régression correspondant à la variable (k) obtenus pour les 44 juges

$b_j \in \mathbb{R}^4$;

$$b_j = \begin{pmatrix} b_j^{(1)} \\ b_j^{(2)} \\ \vdots \\ b_j^{(4)} \end{pmatrix} \qquad j = 1,\ldots, 44$$

b_j est le vecteur des 4 coefficients de régression obtenu par le juge j.

Nous utilisons comme métrique, la métrique de Mahalanobis définie par Σ, Σ est la moyenne des matrices des covariances des coefficients de régression.

$$\Sigma = \frac{\sum_{\ell=1}^{44} n_\ell \, \Sigma_\ell}{n}$$

où Σ_ℓ est la matrice de covariance des coefficients de régression pour le juge 'ℓ'.

Remarque : Le mode d'agrégation utilisé est celui qui consiste à chercher des classes de sorte que la variance à l'intérieur de chaque classe soit minimum.

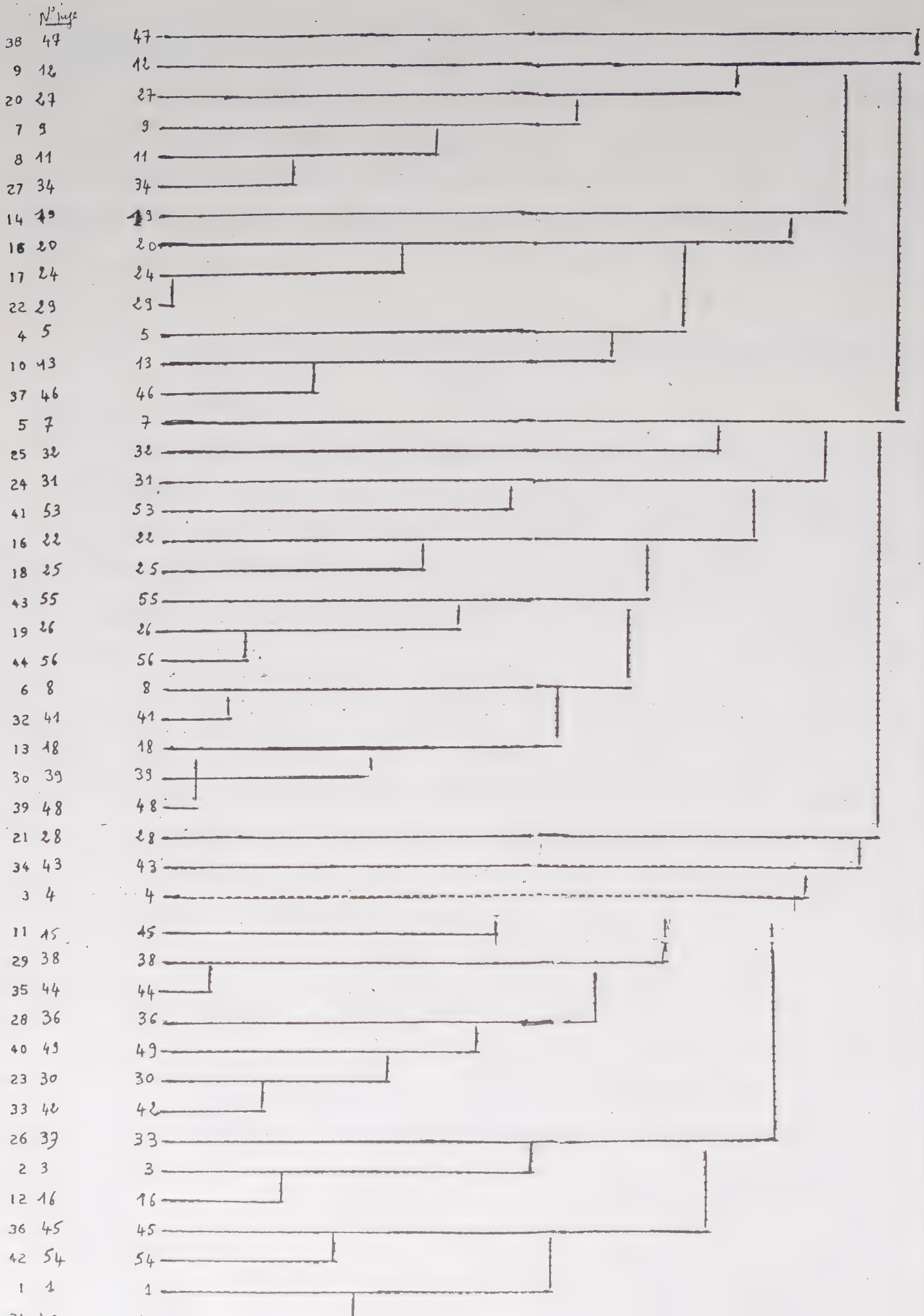
II.7.2.) Groupement des juges (figure II.7.a).

L'arbre de classification coupé à un niveau "choisi", nous permet de dire qu'il y a 4 groupes de juges :

1) 9, 11, 12, 27, 34

Pour ce groupe de juges le coefficient de régression relatif à la 'flaveur' est assez élevé.

Figure II.7.a


N° sujet
38 47
9 12
20 27
7 9
8 11
27 34
14 19
16 20
17 24
22 29
4 5
10 13
37 46
5 7
25 32
24 31
41 53
16 22
18 25
43 55
19 26
44 56
6 8
32 41
13 18
30 39
39 48
21 28
34 43
3 4
11 15
29 38
35 44
28 36
40 49
23 30
33 42
26 37
2 3
12 16
36 45
42 54
1 1

2) 5, 13, 20, 24, 29, 46

Pour ce groupe, le coefficient de régression relatif à la 'flaveur' est assez faible.

3) 8, 18, 22, 25, 26, 31, 39, 48, 53, 55, 56

Pour ce groupe, le coefficient de régression relatif à la 'peau' est assez faible, et celui relatif à la 'flaveur' est assez élevé.

4) 4, 15, 30, 36, 38, 42, 44, 49

Pour ce groupe, le coefficient de régression relatif à la 'peau' est assez faible.

5) 1, 3, 16, 33, 40, 45, 54

Le coefficient de régression relatif à la 'peau' est faible, et celui relatif au 'blanc' est assez élevé.

Les juges 7, 32, 47, 19, 28, 48 paraissent isolés.

Si nous comparons ces groupes de juges à ceux formés en ACP du § II.1 (ACP (II.1) est plus précise que les 2 autres ACP), nous retrouvons quelques groupes communs aux 2 classifications. Ces groupes sont :

1) 11, 12, 27, 34

2) 4, 36, 42, 44

3) 22, 25, 26, 39, 55, 56

4) 1, 3, 33, 40.

CONCLUSION

- La matrice de corrélation des 9 notes peut-être approchée par une matrice plus simple dépendant d'un petit nombre de paramètres.

- Un juge peut être représenté par un vecteur de $\mathbb{R}^6$ au lieu de $\mathbb{R}^{36}$.

- La distinction de plusieurs groupes de juges.

- Tous les juges mettent la note globale en fonction des notes partielles (cf. § II.5.1), mais pas avec la même intensité ; pour certains c'est la peau qui influe sur la note globale plus que le blanc et la cuisse, pour d'autres, c'est le blanc qui influe, et pour d'autres c'est la cuisse.

III

TROISIÈME PARTIE

APPLICATION DE STATIS POUR UNE ETUDE CONJOINTE DE TABLEAUX

Dans cette partie, nous allons étudier ce que peut apporter STATIS, qui est une méthode d'analyse conjointe de plusieurs tableaux (Structuration des Tableaux A Trois Indices de la Statistique) ; mais cette méthode nécessite à un sous-ensemble, d'où la restriction à 8 juges ayant assisté à trois séances, et dégusté les mêmes poulets (au nombre de 17). Nous étudierons alors STATIS sur ces données en cherchant :

- le compromis entre les divers jugements.
- les sous-groupes homogènes.
- les divergences entre l'analyse des propriétés des poulets, par les sous-groupes homogènes et le compromis.

Nous commençons par donner un aperçu de la méthode, puis les résultats obtenus sur les données, et enfin, nous comparons les résultats de STATIS avec ceux de l'ACP sur les juges représentés par les matrices de corrélations.

III.1) DONNEES SOUMISES - APERCU DE LA METHODE.

III.1.1.) Données soumises à l'analyse.

La méthode s'applique sur 'm' tableaux 'p x n', où p est le nombre de variables, 'n' le nombre d'individus, et 'm' correspond au nombre de juges considérés.

Ces 'm' tableaux doivent être constitués, chacun des mêmes 'n' individus ; il est donc essentiel pour la méthode, que les mêmes individus (poulets dans notre cas) soient étudiés par les 'm' juges, d'où l'application de STATIS uniquement sur les juges qui ont assisté aux mêmes séances de dégustation (les données soumises sont présentées en annexe).

On dispose, pour l'étude, des tableaux suivants :

$$X^j_{(p\,x\,n)} = \begin{pmatrix} x^j_{11} & x^j_{22} & \cdots & x^j_{1n} \\ x^j_{21} & x^j_{22} & \cdots & x^j_{2n} \\ \vdots & & & \\ x^j_{p1} & x^j_{p2} & \cdots & x^j_{pn} \end{pmatrix} \quad (j = 1,\ldots,m)$$

Où, dans notre cas : $\begin{cases} m = 8 & \text{(nombre de juges considérés)} \\ n = 17 & \text{(nombre de poulets dégustés par chaque juge)} \\ p = 9 & \text{(nombre de notes partielles)} \end{cases}$

et $x^j_{\ell,k}$ est la $\ell^{ème}$ note attribuée au poulet 'k' par le juge 'j' .

On désignera par :

- v^j_ℓ la $\ell^{ème}$ ligne de X^j

$$v_\ell^j = \begin{pmatrix} x^j_{\ell,1} \\ x^j_{\ell,2} \\ \vdots \\ x^j_{\ell,17} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{17} \qquad \forall\, j = 1,\ldots,8, \quad \forall\, \ell = 1,\ldots,9$$

v_ℓ^j est un vecteur à 17 composantes, et désigne les notes attribuées au $\ell^{ème}$ caractère pour les 17 poulets, par le $j^{ème}$ juge.

- p_k^j la $k^{ème}$ colonne de X^j

$$p_k^j = \begin{pmatrix} x^j_{1,k} \\ x^j_{2,k} \\ \vdots \\ x^j_{9,k} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^9 \qquad \forall\, k = 1,\ldots,17, \ \forall\, j = 1,\ldots,8\ .$$

p_k^j est un vecteur à 9 composantes, et désigne les 9 notes attribuées au $k^{ème}$ poulet par le $j^{ème}$ juge.

- $\tilde{X}^j$ le tableau déduit de X^j par centrage des variables pour chaque juge

$$\tilde{x}^j_{(\ell,k)} = x^j_{(\ell,k)} - x^j_{\ell,.} \quad \left(x^j_{\ell,.} = \frac{1}{17} \sum_{k=1}^{17} x^j_{(\ell,k)}\right).$$

III.1.2.) Aperçu de la méthode : présentation générale.

La méthode consiste à :

- Construire pour chaque juge 'j', une matrice S^j à partir du tableau $\tilde{X}^j$; le juge 'j' sera ensuite défini par la seule matrice S^j.
- Déduire de la matrice S^j une représentation des poulets vus par le juge 'j' ($\forall\, j = 1,\ldots,8$).
- Définir les proximités entre les matrices S^j, chacune étant caractéristique du juge 'j'.
- Faire la représentation des juges correspondant à cette matrice des proximités.

- Définir un juge-compromis et faire la représentation des poulets correspondants à ce juge 'moyen' ou fictif.
- Comparer la représentation relative au juge 'j' ($\forall\, j = 1,\ldots,8$) à celle relative au juge-compromis.

III.1.2.1. Définition de la matrice S^j .

La matrice S^j associée au juge 'j' est la matrice $(\tilde{X}'^j\, M^j\, \tilde{X}^j)$; où $\tilde{X}^j$ est le tableau p x n des données centrées (défini précédemment) $\tilde{X}'^j$ sa transposée (le prime "'" indiquera la transposée), et M^j une métrique dans $\mathbb{R}^p$. La métrique M^j est choisie en fonction des objectifs de l'analyse et de la connaissance que l'on a du phénomène.

La matrice S^j s'interprète donc comme la matrice des produits scalaires centrés des poulets notés par le juge 'j'.

Dans notre étude, nous choisirons pour M^j la matrice diagonale des inverses des carrés des écarts types des 9 variables ($M^j = D^j \frac{1}{\sigma^2}$) pour des raisons qui ont été évoquées dans le § I.1. d'où $S^j = Y'^j\, Y^j$, avec Y^j le tableau des notes centrées réduites, associé au juge 'j' (Y^j sont des tableaux qui ont été étudiés dans les paragraphes précédents).

III.1.2.2. Représentation des poulets juge par juge : intrastructure.

La représentation des poulets consiste à faire :

- une représentation euclidienne obtenue à partir des produits scalaires.
- une approximation en ne gardant que les projections sur un sous-espace vectoriel de dimension à déterminer. Le critère choisi, est celui qui minimise la somme des carrés des projections sur le sous-espace orthogonal.

Si on note par $(\gamma_j^1, \gamma_j^2, \ldots, \gamma_j^n)$ les vecteurs propres de S^j rangés dans l'ordre décroissant des valeurs propres $\lambda_1^j \geqslant \lambda_2^j \geqslant \ldots \geqslant \lambda_n^j$ tel que $\gamma_j^{i'}\, \gamma_j^i = \lambda_i^j$; $(\gamma_{jk}^1, \gamma_{jk}^2, \ldots, \gamma_{jk}^n)$ représente les composantes du $k^{ème}$ poulet dans $\mathbb{R}^n$, tandis que les coordonnées de γ_j^i sont les composantes des n poulets sur le $i^{ème}$ axe (c'est ce que STATIS appelle par technique de factorisation).

Si r est le rang de la matrice S^j (r est au plus égal à 9, il peut être égal à 4, vu l'approximation du § I.2.), alors $\lambda^i_\ell = 0$ pour $\ell > r$; les composantes des vecteurs propres correspondants à ces valeurs propres sont nulles, et donc les points seront représentés dans $\mathbb{R}^r$.

Nous étudions la représentation des poulets dans un espace à faible dimension (intrastructure), le critère alors qui a été choisi est celui qui maximise le rapport :

$$\frac{\text{somme des valeurs propres retenues}}{\text{somme de toutes les valeurs propres}} .$$

Les outils habituels d'aide à l'interprétation restent valables, à savoir le pourcentage de variabilité, la comparaison des normes des vecteurs avant et après projection etc... .

Remarque : La technique de factorisation de S^j (ou méthode de Gower (='PCO' de GENSTAT".) utilisée pour la représentation des poulets est la technique duale de l'analyse en composantes principales. Les vecteurs propres de S^j sont les composantes principales du tableau Y^j, en effet :

En ACP, on diagonalise YY' où Y est 'p x n' :

$$YY'u = \lambda u \quad \text{tel que} \quad u'u = 1 \quad (*).$$

La méthode de Gower diagonalise $Y'Y$:

$$Y'Y\gamma = \beta\gamma \quad \text{tel que} \quad \gamma'\gamma = \lambda \quad (**).$$

Si on multiplie (*) par Y' on a :

$$Y'Y(Y'u) = \lambda(Y'u).$$

Si $\beta = \lambda \Rightarrow Y'u = k\gamma$

or $u'u = 1 \Rightarrow k^2\gamma'\gamma = u'\underbrace{YY'u}_{\lambda u} = \lambda \underbrace{u'u}_{1} = \lambda$.

Donc si on normalise γ à λ ($\gamma'\gamma = \lambda$) alors $k=1$ et donc $\gamma = Y'u$; $Y'u$ étant les composantes principales de Y et γ sont les vecteurs propres de $Y'Y$.

III.1.2.3) Définition de la matrice 'e' des produits scalaires entre juges :

Un juge 'j' est représenté par la matrice S^j définie au paragraphe (III.1.2.1). On définit, dans l'espace vectoriel $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ des matrices $S^j_{n\times n}$ réelles symétriques, une structure euclidienne en considérant le produit scalaire :

$$< S^i, S^j > = tr(S^i S^j) \qquad \forall\ (i,j),\ (S^i,S^j) \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n) \times \mathcal{S}(\mathbb{R}^n),$$

(produit scalaire déjà utilisé dans les études précédentes). 'e' est la matrice d'ordre m des produits scalaires entre les matrices S^j à partir de la trace.

Les éléments de 'e' sont $e_{ij} = tr(S^i S^j) \quad \forall\ i,j = 1,\ldots,m.$

Le coefficient RV entre S^i et S^j est défini par :

$$RV(S^i,S^j) = tr(S^i S^j) / \sqrt{tr(S^i)^2 \times tr(S^j)^2}\ .$$

Il est le cosinus de l'angle entre les 2 vecteurs représentant S^i et S^j.

III.1.2.3.1. Propriétés de 'e' :

1. 'e' est symétrique d'ordre 8.

2. 'e' est définie positive.

En effet, on montre que : $\forall\ a \in \mathbb{R}^8 \quad a'ea \geqslant 0.$

Si $S = \sum_{i=1}^{8} a_i S^i$

$$a'ea = \sum_{i=1}^{8}\sum_{j=1}^{8} a_i a_j < S^i,S^j > = < \sum_{i=1}^{8} a_i S^i,\ \sum_{j=1}^{8} a_j S^j >$$

$$= \|S\|^2 \quad \text{qui est toujours positive}$$

$\Longrightarrow$ $a'ea \geqslant 0.$

3. 'e' est à éléments positifs.

En effet : $e_{ij} = tr(S^i S^j)$; $\forall\ i = 1,\ldots,8\ \ \forall\ j = 1,\ldots,8\ \ tr(S^i S^j) \geqslant 0.$

4. Les composantes du 1^{er} vecteur propre de e sont positives.

En effet :

Le 1^{er} vecteur propre ν^1 tel que $\nu^{1'}\ \nu^1 = 1$ maximise $\nu^{1'}\ e\ \nu^1$

(le maximum étant la 1ère valeur propre λ_1 correspondante à ν^1),

$$\nu^{1'} e \nu^1 = \sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{8} e_{ij} \nu_i^1 \nu_j^1.$$

Supposons qu'il y ait des ν_i^1 négatifs alors :

$$\nu^{1'} e \nu^1 = \sum_{\nu_i^1 \nu_j^1 \geq 0} e_{ij} \nu_i^1 \nu_j^1 + \sum_{\nu_i^1 \nu_j^1 < 0} e_{ij} \nu_i^1 \nu_j^1 .$$

Si on change les signes '-' en '+' pour les ν_i^1 négatifs, alors $\nu^{1'} e \nu^1$ augmente ($e_{ij} \geq 0$), ce qui contredit le fait que ν^1 maximise $\nu^{1'} e \nu^1$, donc les composantes de ν^1 sont positives.

III.1.2.3.2. Interprétation du terme e_{ij} de la matrice e dans notre cas :

- Ecriture explicite de e_{ij} :

$$e_{ij} = tr(S^i S^j) \quad \forall\, i,j = 1,\ldots,8$$

$$S^j = Y^{j'} Y^j \Rightarrow e_{ij} = tr(Y^{i'} Y^i Y^{j'} Y^j) \quad \forall\, i,j$$

$$= tr(Y^i Y^{j'})\,(Y^i Y^{j'})' \quad \forall\, i,j$$

$Y^{i'} Y^j$ a pour terme (ℓ,r) : $\sum_{k=1}^{17} Y^i_{\ell,k} Y^j_{r,k} = corr(v^i_\ell , v^j_r)$

$$\Rightarrow tr(Y^i Y^{j'})(Y^i Y^{j'})' = \sum_{\ell,r}^{9} \Big(\sum_{k=1}^{17} Y^i_{\ell k} Y^j_{rk} \Big)^2 \quad \forall\, i,j$$

$$= \sum_{\ell,r}^{9} corr^2(v^i_\ell , v^j_r) \quad \forall\, i,j$$

$$\Rightarrow \boxed{e_{ij} = \sum_{\ell=1}^{9} corr^2(v^i_\ell , v^j_\ell) + \sum_{\ell=1}^{9} \sum_{r \neq \ell} corr^2(v^i_\ell , v^j_r) \quad \forall\, i,j = 1,\ldots,8}$$

- Interprétation de e_{ij} :

1er terme

$\sum_{\ell=1}^{9} corr^2(v^i_\ell, v^j_\ell)$ mesure la ressemblance entre les juges i et j sur

les notes du même caractère. Ce terme est majoré par 9, si $\sum_{\ell=1}^{9} corr^2(v_\ell^i, v_\ell^j) = 9$, les juges i et j sont identiques.

2ème terme

$\sum_{\ell} \sum_{r \neq \ell} corr^2(v_\ell^i, v_r^j)$ mesure la ressemblance des juges 'i' et 'j' pour les notes des caractères différents. En effet, soit $corr^2(v_\ell^i, v_r^j)$, le carré du coefficient de corrélation entre le $\ell^{ème}$ caractère vu par le juge 'i' et le $r^{ème}$ caractère vu par le juge 'j' ; si cette corrélation est grande, cela veut dire que, ce que le juge 'i' voit et ressent pour le $\ell^{ème}$ caractère, le juge 'j' le verrait pour le $r^{ème}$ caractère, ce qui n'est pas très adapté à la réalité ; ceci serait raisonnable plutôt pour les caractères de même partie et de même qualité.

Le terme e_{ij} pour i=j s'écrit :

$e_{jj} = tr(S^j)^2 = tr(R^j)^2$ (R^j étant la matrice de corrélation des 9 notes correspondantes au juge 'j').

III.1.2.4. Représentation des juges : interstructure.

La méthode consiste à faire :

- une représentation euclidienne des S^j et donc des juges.
- une approximation en ne gardant que les projections sur un sous-espace de dimension à déterminer.

Il s'agit d'une représentation euclidienne non centrée, donc de 9 points qui sont, les 8 'points-juges' et le point zéro, dans un espace à faible dimension.

La représentation des juges s'obtient en factorisant la matrice 'e' (méthode de Gower), de la même façon que les matrices S^j pour la représentation des poulets.

Soit $(\nu^1, \nu^2, \ldots, \nu^8)$ les vecteurs propres de 'e' rangés dans l'ordre décroissant des valeurs propres $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \ldots \geq \mu_8$ tel que $\nu^{i'} \nu^i = \mu_i$; $(\nu_k^1, \nu_k^2, \ldots, \nu_k^8)$ représentent les composantes du $k^{ème}$ juge dans $\mathbb{R}^8$.

Ceci permet une représentation des matrices S^j par des points de $\mathbb{R}^8$ (la même remarque qu'au § (III.1.2.2.) sur le rang de e), qui sont tels que la distance, entre les points J_i et J_j associés aux matrices S^i et S^j est $d(S^i,S^j)$. Cette représentation des juges, nous donne donc une interprétation globale des ressemblances et des différences entre les matrices S^j.

Le sous-espace $(\nu^1,\nu^2,\ldots)$ fournit une configuration des juges, d'autant mieux que le nombre d'axes pris en compte est élevé. C'est ce que STATIS nomme par interstructure.

Si O est l'origine de l'espace de représentation, les segments OJ_i et OJ_j sont colinéaires si et seulement si les matrices S^i et S^j sont proportionnelles, c'est-à-dire que les distances entre les individus vus par les juges 'i' et 'j' sont proportionnelles ; puisque les notes ont été normalisées alors OJ_i et OJ_j auront des longueurs égales.

III.1.2.5. Définition du compromis - représentation des poulets associés au compromis.

III.1.2.5.1. Définition du compromis.

Soit ν^1 le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de e tel que $\nu^{1'}\nu^1 = 1$. On définit le compromis 'c' entre les juges par

$$c = \sum_{i=1}^{8} \nu_i^1 S^i.$$

Propriétés de 'c'.

- 'c' est une matrice d'ordre 8, semi-définie positive car elle est combinaison linéaire, à coefficients positifs, de matrices semi-définies positives.
- 'c' est le meilleur compromis au sens qu'il maximise $\sum_{i=1}^{8} < S^i,c >^2$ parmi tout c de la forme $\sum_{i=1}^{8} \xi_i S^i$ sous la contrainte $\xi'\xi$ = constante (où $< , >$ est le produit scalaire déjà défini plus haut) ; c'est-à-dire qu'en ce sens, 'c' est la meilleure approximation de toutes les S^i.

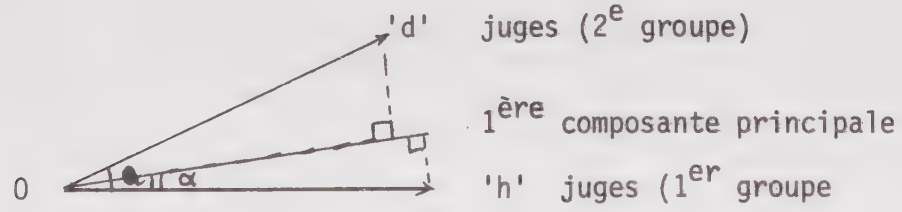
- 'c' telle qu'elle est définie ci-dessus est une moyenne pondérée des S^j représentant les juges.

Si à côté d'un groupe assez homogène de juges, existent un ou 2 juges dont les visions sont très particulières, les v_i^1 attachés à ces derniers vont être faibles, ce qui entraîne que les v_i^1 correspondants n'interviennent pas dans la définition du compromis (ceci est justifié plus loin).

On peut dire que le compromis recherche ce qui dans les visions est majoritaire ; il néglige les minorités éventuelles. Pour mieux comprendre encore la définition du compromis, étudions quelques exemples de cas particuliers :

On considère 2 groupes de juges, le premier formé de 'h' juges homogènes, représentés par des vecteurs $(H_1, H_2, \ldots, H_h)$, le $2^{ème}$ formé par 'd' juges homogènes et représentés par des vecteurs $(D_1, D_2, \ldots, D_d)$; les 2 groupes étant différents et formant un angle 'a' entre eux.

On voudrait trouver la position du compromis entre ces juges. Le compromis tel qu'il a été défini est la $1^{ère}$ composante principale. Soit α l'angle formé par la $1^{ère}$ composante principale et les h juges. On illustre ceci par le schéma suivant :



Nous savons que la somme des longueurs des projections des vecteurs $H_1, \ldots, H_h$ $D_1, \ldots, D_d$ sur la $1^{ère}$ composante principale est maximum (nous supposons que les vecteurs ont à peu près la même longueur) à savoir :

$$h \cos^2(\alpha) + d \cos^2(a-\alpha) \text{ est maximum.}$$

Nous notons cette expression par $f(\alpha)$. Le problème est donc de trouver α vérifiant $f(\alpha)$ maximum.

Soit $f'(\alpha)$ la dérivée première de $f(\alpha)$

$$f'(\alpha) = -2h \sin(\alpha) \cos(\alpha) + d \sin(a-\alpha) \cos(a-\alpha)$$

$$= -h \sin(2\alpha) + d \sin(2a) \cos(2\alpha) - d \cos(2a) \sin(2\alpha)$$

$$= (-\sin(2\alpha))(h - d \cos(2a)) + d \sin(2a) \cos(2\alpha)$$

$$f'(\alpha) = 0 \Rightarrow \sin(2\alpha)(h - d \cos(2a)) = d \sin(2a) \cos(2\alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d \sin(2a)}{h - d \cos(2a)} = \frac{\sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = tg\ (2\alpha)} \qquad (*)'$$

Pour que cela soit un maximum il faut que $f'' < 0$

$$f''(\alpha) = -2 \cos(2\alpha)\ [h - d \cos(2a)] - 2d \sin(a) \sin(2\alpha)$$

$$f''(\alpha) < 0 \Rightarrow \boxed{(-\cos(2\alpha))\ [h - d \cos(2a)] < d \sin(2a) \sin(2\alpha)} \qquad (**)'$$

Donc $f(\alpha)$ admet un maximum pour α vérifiant $(*)'$ et $(**)'$.

Quelques valeurs particulières pour l'angle 'a' :

- $'a' = \frac{\pi}{2}$ (on considère les juges différents comme des vecteurs orthogonaux

$f'(\alpha) = 0 \Rightarrow \sin(2\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \pm k \frac{\pi}{2}$ $(k = 0,1,...)$

f'' est négative pour $h > d$. Donc f est maximum pour $\alpha = 0 \pm k \frac{\pi}{2}$ et $h > d$. Dès que le nombre 'h' de juges est supérieur au nombre 'd' de juges qui leurs sont différents, la 1ère composante principale a la même direction que celle des 'h' juges ; si $d = h-1$, alors la 1ère composante principale aura aussi la même direction que les 'h' juges ; dans ce cas, le compromis tel qu'il a été défini n'a pas grand sens.

- $'a' = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{d}{h} = tg(2\alpha)$.

Plus 'd' est grand, plus l'angle 'α' est grand. Donc plus le nombre 'd' de juges augmente, plus la direction du compromis s'éloigne de celle des 'h' juges.

Donc le fait que le compromis néglige les minorités éventuelles (ce que nous avons énoncé plus haut) n'est pas toujours vrai, ceci reste vrai quand

la minorité des juges sont très différents (orthogonaux) de la majorité de ceux-ci.

Quelques valeurs particulières pour 'd' :

- $d = \frac{h}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = tg(2\alpha) \Rightarrow 2\alpha = 14° = \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 7°}$
- $d = \frac{h}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 13{,}5°}$

$d = h \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq \frac{45°}{2} = \frac{\pi}{8}}$.

Dans ce cas, la première composante principale est la 1ère bissectrice de l'angle 'a'. Soit le tableau suivant résumant les 3 résultats pour $a = \frac{\pi}{4}$.

$a = \frac{\pi}{4}$	$d = \frac{h}{4}$	$d = \frac{h}{2}$	$d = h$
α	$\alpha = \frac{a}{6}$	$\alpha = \frac{a}{3}$	$\alpha = \frac{a}{2}$

Conclusion.

Etant donnés 2 groupes de juges très différents entre eux (ou orthogonaux) alors le plus grand groupe est considéré comme compromis, l'autre groupe est négligé.

Si les 2 groupes de juges ne sont pas très différents, alors le compromis tient compte des 2 groupes, et il est plus proche du groupe qui a le plus de juges ; si les 2 groupes ont le même nombre de juges, le compromis est une résultante.

III.1.2.5.2. Représentation des poulets dans le repère associé au compromis.

En général, ce juge-compromis n'appartient pas à la population des juges donnée ; mais son jugement est construit à partir des jugements de chacun des juges.

Comme précédemment, la représentation se fait par factorisation. La factorisation de 'c' nous fournit donc une représentation des 'poulets' qui est le meilleur compromis (au sens du critère défini plus haut) entre les diverses

représentations que pourraient donner chacune des matrices S^j prises séparément.

Soient $(\alpha^1,\alpha^2,\ldots,\alpha^n)$ les vecteurs propres de C rangés dans l'ordre décroissant des valeurs propres $\rho_1 \geq \rho_2 \geq \ldots \geq \rho_n$ tel que $\alpha_i' \alpha_i = \rho_i$ $(\alpha_k^1, \alpha_k^2, \ldots, \alpha_k^n)$ est le $k^{ème}$ poulet vu par le compromis dans $\mathbb{R}^n$; de même on signale que si r_c est le rang de C, $\rho_{r_c'} = 0$ pour $r_c' > r_c$, et alors les composantes des vecteurs propres correspondants à ces valeurs propres sont nulles, et donc les poulets seront représentés dans $\mathbb{R}^{r_c}$ au lieu de $\mathbb{R}^n$; comme pour les représentations précédentes, on s'intéresse à une représentation réduite aux premiers axes (premiers vecteurs propres), appelée 'intrastructure-compromis'.

Il est ensuite possible d'étudier les différences entre les visions de chacun des juges et celle du compromis.

III.1.2.6. Etude conjointe des jugements : comparaison des intrastructures de chaque juge avec celle du compromis.

III.1.2.6.1. Méthode de comparaison.

Nous exprimons chacune des représentations des poulets obtenues juge par juge (cf. § III.1.2.2), dans le repère de la représentation associée au compromis appelé 'repère-compromis'. Nous avons vu que chaque matrice $\{S^j_{nxn}, j = 1,\ldots,8\}$ factorisée, fournit une représentation des poulets $(\gamma_j, j = 1,\ldots, 8)$ dans $\mathbb{R}^{r_j}$. Chaque représentation est décrite dans un système d'axes orthogonaux différents.

De même, la représentation dans $\mathbb{R}^{r_c}$ associée au compromis est décrite dans un système d'axes orthogonaux.

$\mathbb{R}^{r_j}$ et $\mathbb{R}^{r_c}$ sont des sous-espaces de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$.

Pour comparer les représentations associées à S^j, à celle associée au compromis, nous projetons chaque intrastructure 'j' dans l'intrastructure-compromis. Les formules classiques de projection donnent :

$$\hat{\alpha}_j = \gamma_j(\gamma_j' \gamma_j)^{-1/2}(\alpha'\gamma_j)(\alpha'\alpha)^{-1/2}$$

où $\hat{\alpha}_j$ fournit la représentation des poulets associée au juge 'j' rapportée au repère-compromis.

Nous comparons l'intrastructure associée au juge 'j' rapportée au repère-compromis, à l'intrastructure-compromis, en comparant $(\hat{\alpha}_j^1, \hat{\alpha}_j^2, \ldots)$ et $(\alpha_j^1, \alpha_j^2, \ldots)$. Nous considérons souvent les 2 ou 3 premiers axes pour faciliter l'interprétation.

III.1.2.6.1. Mesure de la qualité de la représentation.

Les projections des nuages dans le repère-compromis introduisent des distorsions quant aux distances entre 'poulets'. Le coefficient RV entre l'intrastructure compromis α et l'intrastructure γ_j du juge 'j' $(RV(\alpha,\gamma_j))$, donne une indication globale de la distorsion dûe à la projection pour chaque représentation.

$$RV(\alpha,\gamma_j) = \frac{tr(\alpha\alpha'\gamma_j \gamma_j')}{\|\alpha\alpha'\| \ \|\gamma_j\gamma_j'\|} = \frac{tr(\gamma_j' \alpha\alpha' \gamma_j)}{\|C\| \cdot \|S^j\|}$$

Si $\sigma_{21} = \alpha' \gamma_j \Longrightarrow tr(\sigma_{21}' \sigma_{21}) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{\ell=1}^{n} < \alpha^{\ell} , \gamma_j^k >^2$

$$\Longrightarrow RV(\alpha,\gamma_j) = \frac{tr(\sigma_{21}' \sigma_{21})}{\|C\| \cdot \|S^j\|} .$$

Remarque :

- Si $RV(\alpha,\gamma_j) = 1$; nous avons alors :

$$\begin{cases} \text{soit } \alpha = \gamma_j \Rightarrow \hat{\alpha}_j = \gamma_j \\ \text{soit } \alpha = \gamma_j \text{ à une rotation orthogonale près des axes ;} \end{cases}$$

$\exists_{n \times n} K$ tel que $KK' = I_n$ (identité d'ordre n) ; $\alpha K = \gamma_j$

$$\Rightarrow tr(\sigma_{21}' \sigma_{21}) = tr(\alpha\alpha' \gamma_j \gamma_j') = tr(\alpha'\alpha'\alpha \ KK' \ \alpha') = tr(\alpha\alpha')^2$$

$$\|C\| = \sqrt{tr(\alpha\alpha')^2}$$

$$\|S^j\| = \sqrt{tr(\gamma_j \gamma_j')^2} = \sqrt{tr(\alpha \ KK'\alpha')^2} = \sqrt{tr(\alpha\alpha')^2} = \|C\|$$

$$\Rightarrow \quad RV(\alpha,\gamma_j) = \frac{tr(\alpha\alpha')^2}{tr(\alpha\alpha')^2} = 1.$$

- Si $RV(\alpha,\gamma_j) = 0$, alors l'analyse des différences est sans intérêt.

III.2.) AUTRE FACON DE TRAITER STATIS : APPROCHE AVEC L'ACP.

Au lieu de représenter le juge 'j' par la matrice $S^j \in (\mathbb{R}^n)$, nous le représentons par un vecteur $s^j \in \mathbb{R}^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

Les composantes de s^j sont les éléments du triangle supérieur (ou inférieur) de la matrice S^j ; S^j étant une matrice symétrique (n x n).

Si

$$S^j = \begin{pmatrix} s^j_{11} & s^j_{12} & \cdots & s^j_{1n} \\ & s^j_{22} & \cdots & s^j_{2n} \\ & & & \vdots \\ & & & s^j_{nn} \end{pmatrix}$$

s^j est alors :

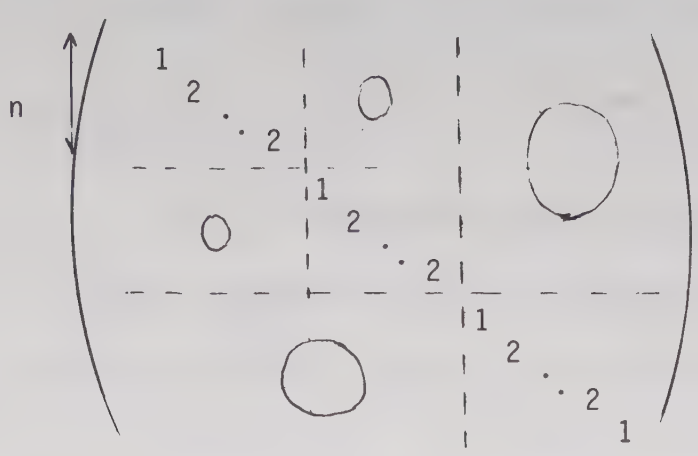
$$s^j_{\left(\frac{n(n+1)}{2} \times 1\right)} = \begin{pmatrix} s^j_{11} \\ s^j_{12} \\ \vdots \\ s^j_{1n} \\ s^j_{22} \\ s^j_{23} \\ \vdots \\ s^j_{2n} \\ \vdots \\ s^j_{nn} \end{pmatrix}$$

Donc au lieu de m tableaux $(S^1,S^2,\ldots,S^m)$, nous aurons donc un tableau $(s^1,s^2,\ldots,s^m)$ de dimension $(\frac{n(n+1)}{2} \times m)$. Dans ce cas, m est considéré comme le nombre d'individus.

L'élément e_{ij} de la matrice e s'écrit :

$$e_{ij} = tr(S^i S^j) = s^{i'} M s^j = \langle s^i, s^j \rangle_M .$$

La métrique M est $\left(\frac{n(n+1)}{2} \times \frac{n(n+1)}{2}\right)$, et est de la forme :



M a pour éléments $\begin{cases} m_{jj} = \begin{cases} 2 & \text{si } s^j_{k\ell} \text{ est tel que } k < \ell \\ 1 & \text{si } s^j_{k\ell} \text{ est tel que } k = \ell \end{cases} \\ m_{pq} = 0 \quad \forall\ p \neq q. \end{cases}$

La distance entre les vecteurs s^i et s^j de $\mathbb{R}^{\frac{n(n+1)}{2}}$ avec la métrique M, est égale à la distance entre deux éléments de $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$, S^i et S^j correspondants aux vecteurs s^i et s^j lorsqu'on considère la métrique 'trace' sur $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$. Donc STATIS revient a faire une ACP non centrée avec un choix particulier de la métrique M ; en ACP, la métrique M est égale soit à l'identité soit à la métrique inverse des écarts-types des variables considérées.

Remarque : Nous pouvons traiter STATIS sur les juges représentés par les matrices de corrélation R^j au lieu de S^j.

L'ACP faite sur les juges représentés par R^j (cf. § II.1) n'est que STATIS centré (il s'agit pour l'interstructure d'une représentation centrée des juges) ; une étude de comparaison sera faite plus loin.

III.3.) DISCUSSION DE LA METHODE : NORMALISATION DES DONNEES.

Nous pouvons utiliser 2 types de normalisation :

- celle du tableau initial $\tilde{X}^j$ $\forall\ j = 1,\ldots,m.$
- celle de la matrice S^j $\forall\ j = 1,\ldots,m.$

a) Normalisation du tableau initial $\tilde{X}^j$:

Réduire les variables revient à faire le changement suivant : $Y^j = D^j_{\frac{1}{\sigma}}\ \tilde{X}^j$

où $D^j_{\frac{1}{\sigma}}$ est la matrice inverse des écarts types des 9 variables, associée au juge 'j'

$$S^j = tr(Y^{j'} M^j Y^j) \qquad \forall\ j = 1,\ldots,m \quad (M^j = \text{identité pour tout } j)$$

$$e_{ij} = tr(S^i S^j) = tr(Y^{i'} Y^i)(Y^{j'} Y^j)$$

$$= tr(\tilde{X}^{i'} D^i_{\frac{1}{\sigma}} D^i_{\frac{1}{\sigma}} \tilde{X}^i)\ (\tilde{X}^{j'} D^j_{\frac{1}{\sigma}} D^j_{\frac{1}{\sigma}} \tilde{X}^j)$$

$$= tr\{(\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})\ D^j_{\frac{1}{\sigma^2}}\ (\tilde{X}^j \tilde{X}^{i'})\ D^i_{\frac{1}{\sigma^2}}\}$$

$$D^i_{\frac{1}{\sigma^2}} = D^i_{\frac{1}{\sigma}} \times D^i_{\frac{1}{\sigma}} \qquad \forall\ i = 1,\ldots,m.$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{e_{ij} = tr\{(\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})\ D^j_{\frac{1}{\sigma^2}}\ (\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})'\ D^i_{\frac{1}{\sigma^2}}\}}$$

e_{ij} s'obtient, avec cette normalisation, en multipliant la matrice $(\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})$ et sa transposée, respectivement par les matrices $D^j_{\frac{1}{\sigma^2}}$ et $D^i_{\frac{1}{\sigma^2}}$; autrement dit les lignes de $(\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})$ (celles de $(\tilde{X}^i \tilde{X}^{j'})'$) sont divisées par des termes différents, qui sont les variances des variables associées au juge 'j' (celles associées au juge 'i') ; chaque ligne étant divisée par la variance d'une variable.

En utilisant ce type de normalisation, la norme S^j devient égale

à celle de R^j

$$\|S^j\| = \sqrt{tr(S^j)^2} = \sqrt{tr((\tilde{X}^j \tilde{X}^{j'})\, D^j_{\frac{1}{\sigma^2}})^2} = \sqrt{tr(R^j)^2} = \|R^j\| \ .$$

b) Normalisation de S^j :

Posons par S^j_N la matrice S^j normalisée S^j_N s'obtient :

$$S^j_N = \frac{S^j}{\|S^j\|} = \frac{S^j}{\sqrt{tr(S^j)^2}} \quad ; \qquad S^j = \tilde{X}^{j'} M^j \tilde{X}^j \ .$$

L'élément $e_{N(i,j)}$ correspondant à S^j normalisé s'écrit :

$$e_{N(i,j)} = tr(S^i_N S^j_N) = tr(\frac{S^i}{\|S^i\|} \times \frac{S^j}{\|S^j\|}).$$

Etant donné que c'est la normalisation de S^j qui nous intéresse dans ce cas, nous pouvons choisir pour M^j la matrice identité

$$\Rightarrow \quad e_{N(i,j)} = tr\ \{\frac{(\tilde{X}^{i'}\tilde{X}^i)}{\|S^i\|}\ \frac{(\tilde{X}^{j'}\tilde{X}^j)}{\|S^j\|}\}$$

$$= tr\{(\tilde{X}^i\tilde{X}^{j'})\ I_{\frac{1}{\|S^j\|}}\ (\tilde{X}^i\tilde{X}^{j'})'\ I_{\frac{1}{\|S^i\|}}\ \}$$

où $I_{\frac{1}{\|S^j\|}}$ est une matrice diagonale d'ordre 9 de termes diagonaux $\frac{1}{\|S^j\|}$.

Par cette normalisation, $e_{N(i,j)}$ s'obtient en multipliant la matrice $(\tilde{X}^i\tilde{X}^{j'})$ et sa transposée respectivement par les matrices $I_{\frac{1}{\|S^j\|}}$ et $I_{\frac{1}{\|S^i\|}}$; autrement dit les lignes de $(\tilde{X}^i\tilde{X}^{j'})$ (respectivement celles de $(X^iX^{j'})'$) sont divisées par un même terme $\|S^j\|$ (resp. $\|S^i\|$), contrairement à la normalisation précédente où les diviseurs étaient des termes différents.

$$\|S^j\| = \sqrt{\sum_{\ell=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (\sum_{i=1}^{9} \tilde{X}_{i\ell}\, \tilde{X}_{ik})^2}$$

On voit bien que la norme de S^j fait intervenir aussi bien les termes diagonaux que les termes hors diagonale de S^j.

Remarque : STATIS peut se faire sur S_N^j au lieu de S^j, et alors $< S_N^i, S_N^j > = RV(S_N^i, S_N^j)$.

S^j et S_N^j fournissent des représentations homothétiques ($\|S_N^j\| = 1$). Si dans l'interstructure, 2 juges appartiennent au plan (ℓ,k), ces juges se trouvent sur le cercle de centre 0 et de rayon unité.

III.4.) APPLICATION DE STATIS AUX TESTS DE DEGUSTATION.

Nous disposons de 8 juges ayant dégusté les mêmes poulets ($m = 8$, $n = 17$, $p = 9$).

Comme pour les paragraphes précédents, nous travaillons sur les notes centrées réduites par juge pour pouvoir comparer les résultats de STATIS avec les précédents, nous utilisons alors le 1^{er} type de normalisation, les S^j auront alors des normes pas très différentes, et nous pouvons mesurer les ressemblances des juges par le coefficient RV.

Nous traiterons aussi ces données, en utilisant le $2^{ème}$ type de normalisation, et nous comparerons les résultats obtenus par les 2 normalisations.

III.4.1) Résultats et interprétation (1^{er} type de normalisation).

Interstructure

Nous considérons la représentation des juges obtenus dans le premier plan principal, avec comme premier axe absorbant 35 % de la variance, et comme second 13 % . Donc un plan principal absorbant 48 % de la variance, ce qui n'est pas assez élevé, les juges sont alors assez différents. Si tous les juges se ressemblaient une seule dimension aurait suffit pour les représenter.

Nous remarquons aussi que :

- les composantes du premier vecteur propre de 'e' sont presque égales, et alors le compromis est la moyenne des juges.

- les différences angulaires entre segments (cf. figure III.4.a) ; nous savons que l'angle entre deux segments est d'autant plus petit que les juges représentés par ces deux segments sont voisins, mais la qualité de représentation de chaque juge doit être prise en considération ; par exemple, dans notre cas, les juges 19 et 27 sont représentés par des segments très proches, presque colinéaires (l'angle formé entre les 2 segments est très petit), nous serions tentés de conclure que les 2 juges sont identiques, mais nous ne pouvons le faire car ils sont mal représentés.

Nous mesurons la qualité de la représentation par le rapport de la norme projetée sur la norme exacte pour chaque juge ; ces rapports sont donnés dans le tableau (III.4.b). Pour les juges 19 et 27, ce rapport est respectivement de l'ordre de 0.3537 et 0.3664.

- la longueur du segment relatif au juge 9 par rapport aux segments relatifs aux autres juges. Cette différence de longueur peut avoir 2 significations :

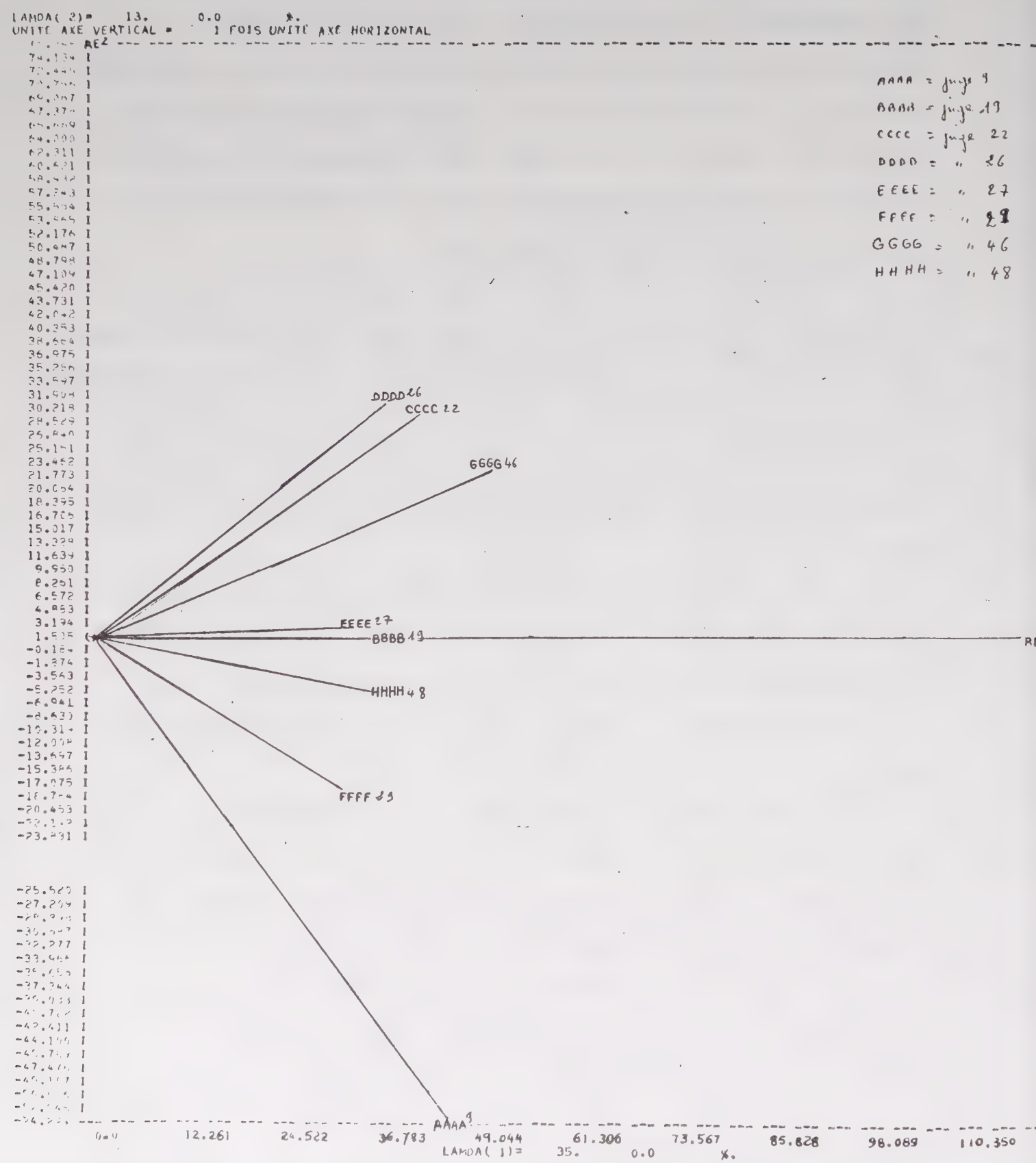
*) la première liée à l'échelle de notation des poulets employée par chaque juge, ce qui n'est pas le cas ici, car les notes ont été ramenées à une même échelle.

*) la seconde est liée à la qualité de la représentation de chaque juge.

- les projections sur le 1^{er} axe des segments représentants les juges sont pratiquement égales, et alors à la limite, nous pouvons dire qu'il n'y a pas de groupes. De même les coefficients RV entre juges et compromis sont pratiquement égaux ; ils sont donnés dans le tableau (III.4.c).

A noter que le juge 29 est plutôt bien représenté par le $4^{ème}$ axe, le juge 48 par le $3^{ème}$ et $4^{ème}$ axe, et le juge 9 par le $2^{ème}$ axe.

Figure III.4.a



1er vecteur propre de 'e' :

0.387
0.331
0.378
0.339
0.308
0.315
0.427
0.326

Juges	Rapport : (norme exacte sur ...)/(norme exacte)				
	sur la droite	sur le plan (1,2)	sur (1,2,3)	sur (1,2,3,4)	sur (1,2,3,4,5)
9	0.3392	0.8100	0.9238	0.9262	0.9436
19	0.3537	0.3537	0.3605	0.3642	0.6936
22	0.3940	0.5455	0.5462	0.6166	0.7751
26	0.3411	0.5155	0.5276	0.5363	0.6727
27	0.3654	0.3664	0.4085	0.4608	0.4901
29	0.2725	0.3470	0.4942	0.9133	0.9171
46	0.4787	0.5563	0.6090	0.6377	0.7337
48	0.2776	0.2878	0.7522	0.9855	0.9886

Tableau III.4.b

Coefficient RV entre le compromis et le juge

juge / C	9	19	22	26	27	29	46	48
RV	0.58	0.60	0.63	0.58	0.60	0.52	0.69	0.53

Tableau III.4.c

Intrastructure

STATIS nous fournit la représentation des poulets associée aux juges dans le repère-compromis (cf. figure III.4.d). Plus le RV d'un juge avec le compromis est faible, plus l'intrastructure associée à ce juge est approximative ; et plus le RV est grand, plus la projection de l'intrastructure associée à chaque juge dans la base du compromis est précise, et les juges épousent alors les caractères du compromis.

Nous considérons la représentation dans le premier plan principal, et étudions les propriétés des poulets vues par le juge-compromis et les juges 22, 26, 46 (car ces juges sont assez bien représentés) ; les intrastructures associées à ces juges ressemblent à l'intrastructure compromis ; les autres juges étant assez mal représentés ; nous n'étudierons pas leurs intrastructures.

- Pour l'intrastructure-compromis, nous distinguons 2 groupes de poulets :

  1) 3, 4, 5, 6

  2) 2, 8, 9, 10, 14, 17.

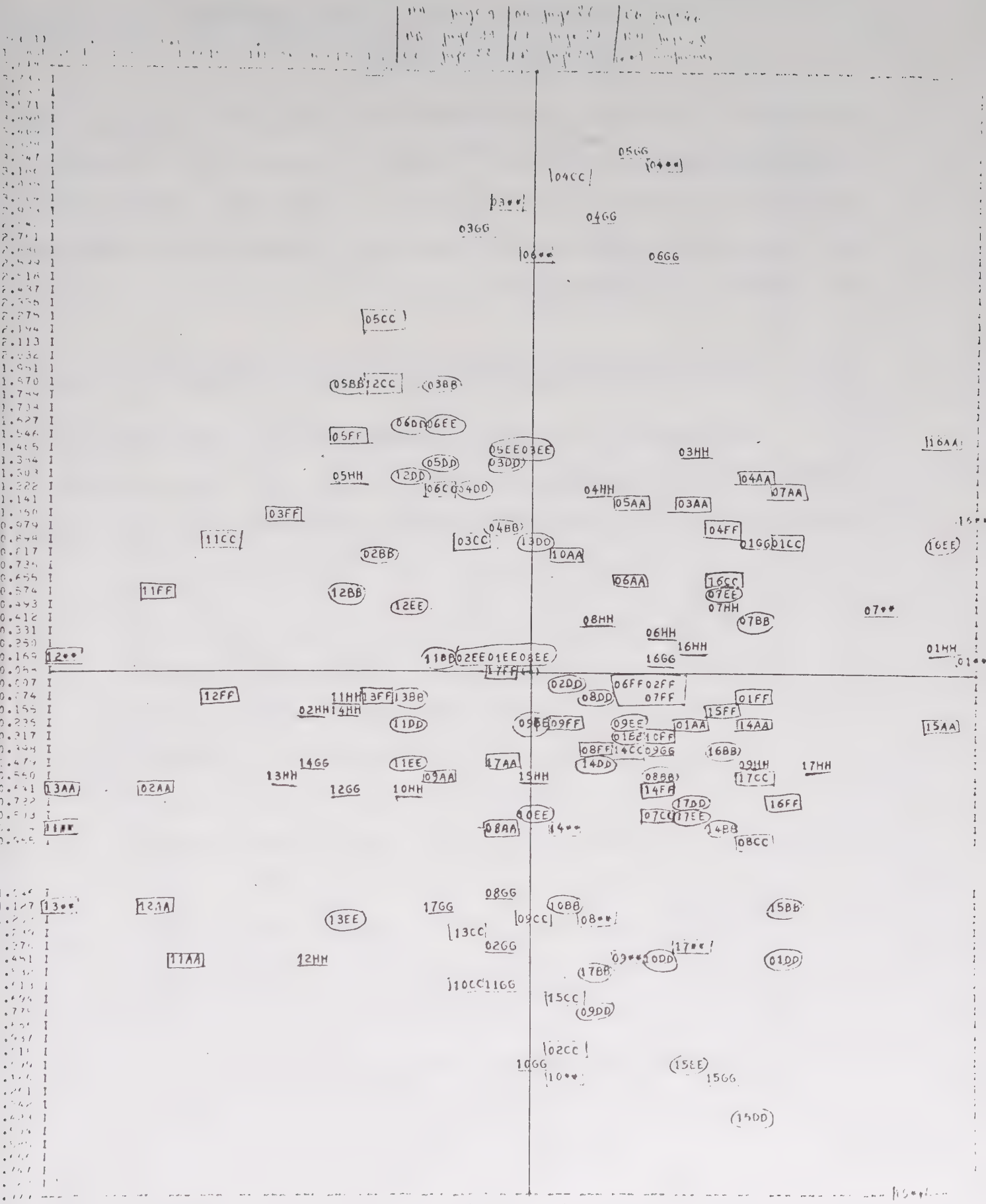
Les poulets 1, 7, 11, 12, 13, 15, 16 sont éloignés.

- Pour les intrastructures, associées aux juges 22, 26, 46, rapportées dans le repère-compromis, nous remarquons qu'il y a 2 groupes de poulets :

  1) 3, 4, 5, 6. Ce sont des poulets qui ont reçu de bonnes notes partout.

  2) 2, 8, 9, 10, 14, 15, 17. Ce sont des poulets qui ont reçu, par contre, de faibles notes partout (ces interprétations nous ont été fournies en calculant les corrélations entre les 9 notes initiales et les premiers axes factoriels juge par juge).

Figure III.4.d



III.4.2.) Application de STATIS en normalisant les S^j ($2^{ème}$ type de normalisation).

En utilisant le $2^{ème}$ type de normalisation, nous retrouvons à peu près la même représentation qu'en utilisant le 1^{er} type (cf. figure III.4.e), sauf que les juges 9 et 29, qui étaient bien éloignés dans le premier plan principal, deviennent assez proches ; ceci peut s'expliquer par l'existence des caractères autre que l'échelle qui les différencient.

III.5.) ETUDE DE CERTAINES CARACTERISTIQUES DES JUGES ETUDIES POUR STATIS.

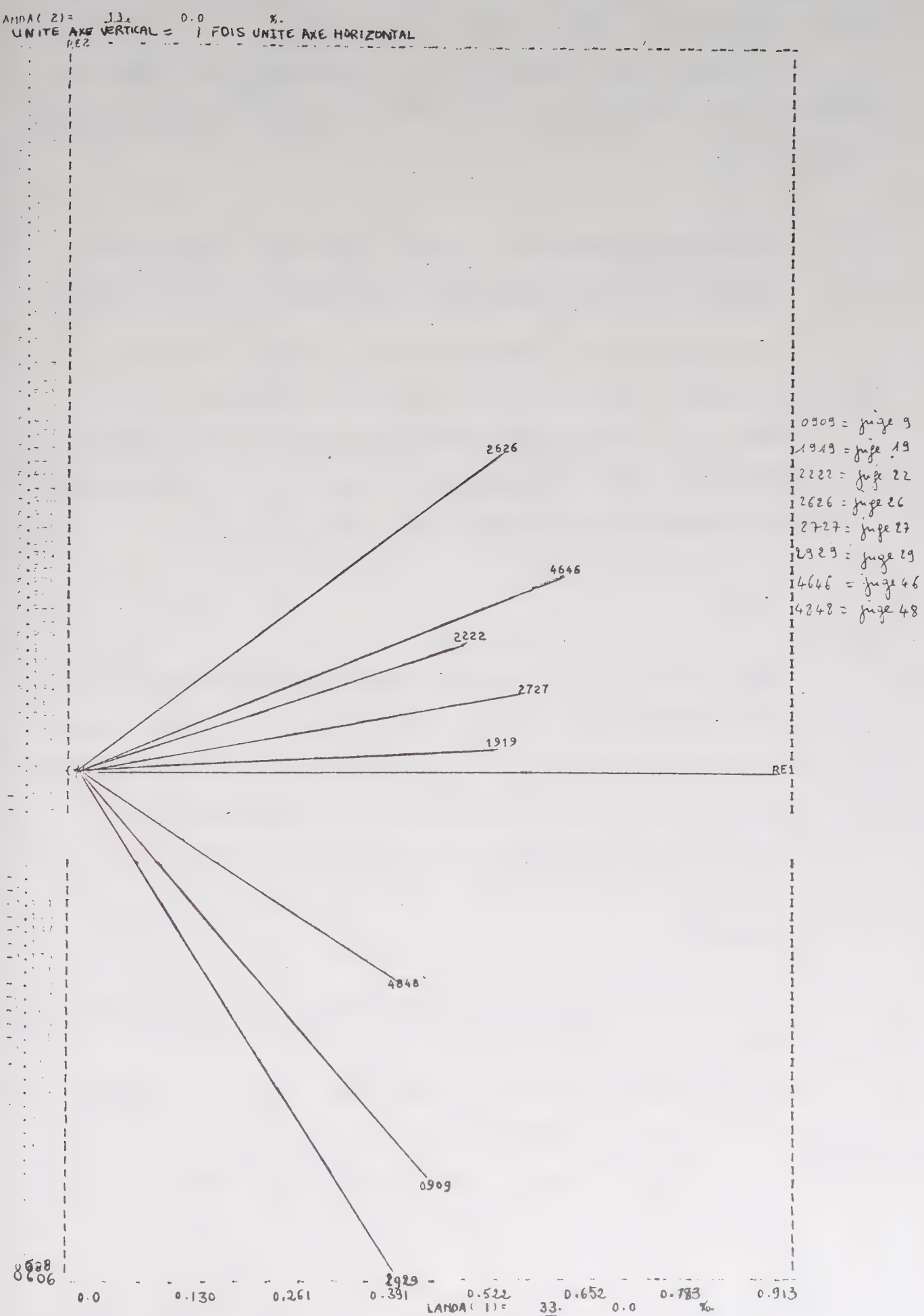
Nous pouvons voir par quoi sont caractérisés les juges étudiés pour STATIS, par exemple en comparant les 6 corrélations $\rho_1^j,\ldots,\rho_6^j$ pour les 8 juges $(j = 1,\ldots,8)$. Soit le tableau suivant des 6 corrélations juge par juge :

N° de juges	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6
9	0.788	0.853	0.662	0.011	0.337	-0.242
19	0.502	0.675	0.309	0.274	-0.098	0.169
22	0.476	0.327	0.315	0.739	0.179	0.307
26	0.807	0.202	0.166	0.470	-0.012	0.100
27	0.366	0.396	-0.019	0.371	0.155	-0.132
29	0.654	0.341	0.471	0.307	0.334	0.278
46	0.775	0.554	0.470	0.468	0.423	0.155
48	0.557	0.593	0.457	0.592	0.480	0.283

Le critère d'approximation des 36 corrélations par les 6 vaut :

$$\frac{\sum_{i=1}^{8} tr(R_i - N_i)^2}{\sum_{i=1}^{8} tr(R_i - I)^2} = 0.2352.$$

Figure III.4.e



Nous remarquons que les juges 22, 26, 46 ont mis d'assez fortes corrélations entre les caractères de 'peau' et entre les 'flaveurs'.

Globalement, nous retrouvons d'assez fortes corrélations entre les caractères de peau et entre ceux du blanc ; elles sont respectivement de l'ordre de 0.615 et 0.492.

III.6.) COMPARAISON DES RESULTATS DE STATIS AVEC CEUX DE L'ACP SUR LES JUGES REPRESENTES PAR LES MATRICES DE CORRELATION ENTRE LES 9 NOTES.

La représentation des juges dans le plan principal est donnée par la figure (III.6.a). (Les données utilisées sont celles utilisées par STATIS).

Comme l'ACP est une étude centrée et que STATIS est non centrée, alors au $2^{ème}$ axe de STATIS correspond le 1^{er} axe de l'ACP. On remarque qu'il y a à peu près la même représentation des juges autour de ces axes.

Conclusion :

L'ACP est une étude d'un nuage de points centré par rapport au centre de gravité, elle permet surtout d'étudier la dispersion ou la classification des points autour du centre de gravité ; alors que STATIS est une double représentation euclidienne ; elle permet d'étudier un nuage de points non centrés, et permet surtout de trouver un compromis entre ces différents points.

III.7.) CONCLUSION.

1. STATIS est une double ACP, où la première est centrée et la deuxième est non centrée.

2. On aurait obtenu de meilleurs résultats avec STATIS, en faisant un autre choix de juges, par exemple en choisissant les juges formant un groupe dans les classifications précédentes (juges homogènes), mais on était limité par le fait

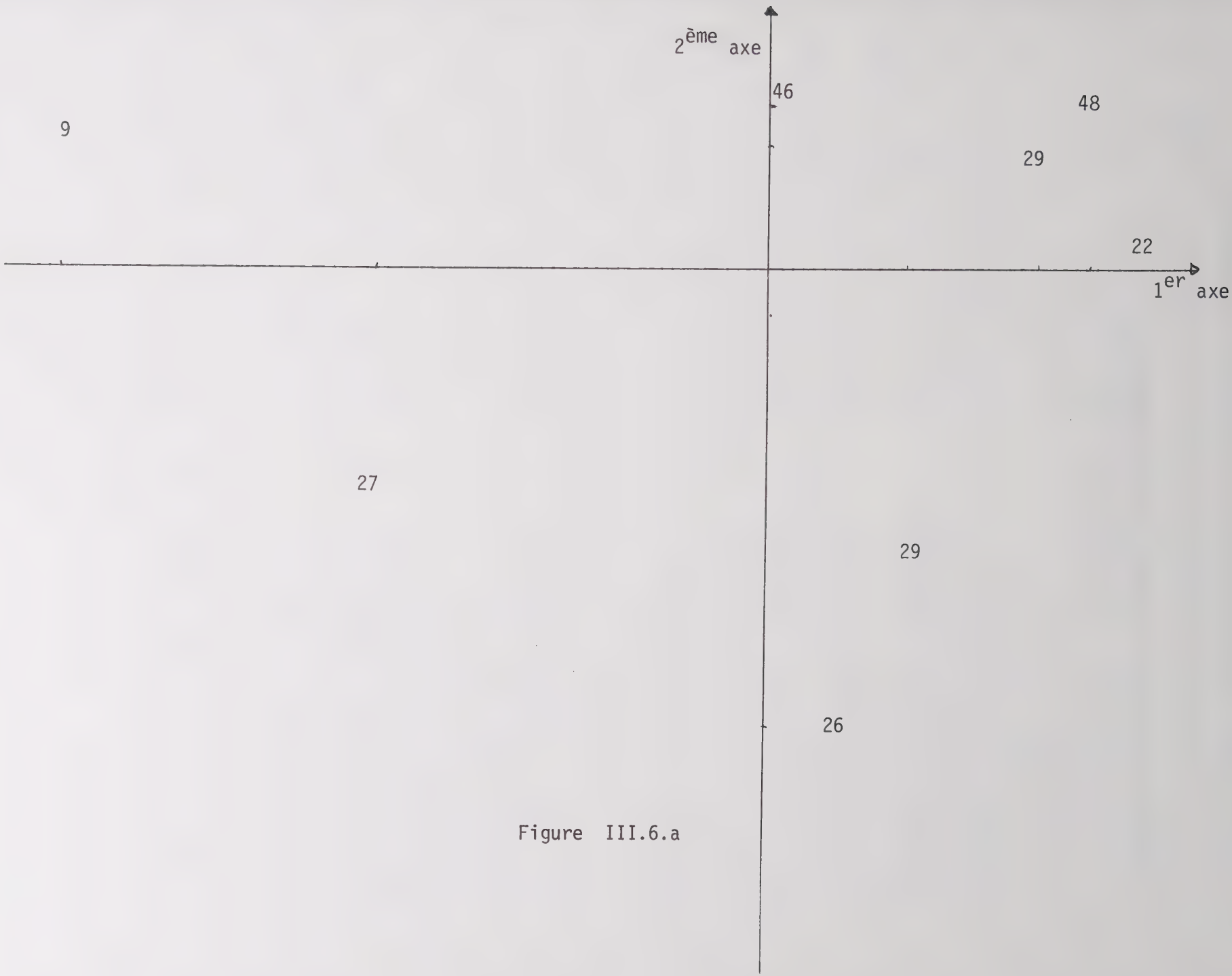


Figure III.6.a

que les juges considérés doivent avoir dégusté les mêmes poulets.

3. On pourrait envisager un STATIS où la matrice de proximités 'e' serait calculée par un produit scalaire autre que la 'trace'.

CONCLUSION

Les études faites nous permettent de tirer les conclusions suivantes :

Une grande variabilité dans les jugements de chaque juge (standardisation des notes).

Une information surabondante, et alors, on peut faire les approximations suivantes, sans trop de perte d'information :

- Celle des 9 notes partielles par 4 notes
- Celle des 36 corrélations par 6.

Les juges seront alors représentés en dimension plus réduite, et il serait alors plus facile de les étudier.

Une note globale qui est fonction des notes partielles.

Plusieurs groupes de juges sont obtenus dans la première étude de classification (3 études de classification sont faites, mais les 2 dernières ne sont qu'approximatives).

La méthode de STATIS permet de faire une étude conjointe de plusieurs tableaux. Elle généralise l'ACP non centrée, sur les matrices de corrélation ; et permet de trouver un jugement moyen et une différence de valeur entre ces juges. Mais l'emploi de STATIS est un peu trop limitant (cf. 3ème partie).

On peut utiliser les résultats obtenus dans cette thèse dans les expériences à venir, par exemple, en convoquant le groupe de juges jugés bons, et en leur demandant de mettre 4 notes au lieu de 9 et ceci leur facilitera la tâche.

ANNEXE

Données de base

```
20501SU01 323323444  7.50
20501S002 232433444  8.00
20501S003 233443444  8.50
30201GA11 332444444  7.50
30201GA12 233444444  8.00
30201ON13 222322443  6.50
30201ON15 222322222  4.50
30201ON04 211322343  6.00
30201ON06 422322443  5.00
30501ON15 444221222  5.00
30501ON06 322211233  4.50
30501PI04    222433  6.00
30501PI07 434444443  7.50
30501PI18 444444554  7.50
40401S002 211211322  5.50
40401S004 221222233  5.50
40401S013 031222344  5.00
40401S016 223333323  5.00
40401BA11 322444433  7.50
40401BA15 333011222  4.50
40901CC01 222443333  8.00
40901CC06 333222322  7.50
40901BA12 011234222  7.00
40901BA14 323323333  8.00
40901DF13 010222433  6.00
40901DF15 011444334  6.50
60401PG01 222243244  6.50
60401PG04 011221233  5.00
60401PP02 033244233  7.00
60401PP05 222343223  4.50
60401BU03 233344222  6.50
60401BU06 211233322  6.00

10903UP01 555453432  8.00
10903UP03 355555433  8.50
10903PI12 323453555  8.00
10903PI14 323222333  7.50
20203CR11 5555555510.00
20203CR18 444444444  9.00
20233S012 444454444  8.00
20203S017   43454444  8.00
20203S003 55542243 2  8.00
20203S005 454552  44  8.00
20203CR04 455552  44  8.00
20203CR06 5555555510.00
20903S011 555555455  9.00
20903S015 4442 2232  3.00
20903GA12 444433444  6.00
20903GA14 444454444  6.00
20903CR13   22221211  3.00
20903CR16 344343343  7.00

10504PI01 332444444  8.00
10504PI03 021221232  6.00
10504UN02 222222222  6.00
10504UN04 332333343  7.00
10904UP01 443443443  8.00
10904UP03 233212233  6.00
10904PI12 012033033  1.00
10904PI14 443223333  7.00
20204CR11 434444445  8.00
20234CR18 242232232  6.00
20204S012 233454454  7.00
```

Présentation d'un individu

- indicateur (9 colonnes)

1ère colonne : N° de l'année (1 à 6)
(1971 à 1976)

2e et 3e " : N° de la séance dans l'année

4e et 5e " : N° de juge

6e et 7e " : code de la marque (2 lettres)

8ème colonne : 0 si le poulet est effilé
1 " " " éviscéré

9ème colonne : N° de poulet dans l'échantillon

- 9 notes partielles (I1) notées

par (PF,PT,PJ,BF,BT,BJ,CF,CT,CJ)

- une note globale (F5.2)

notée NG.

```
20204SO17 033032033 4.00
20204S003 332252222 6.00
20204S005 222212033 5.00
20204CR04 322222434 5.00
20204CR06 554554554 9.50
20604VC11 443454534 8.50
20604VC13 012222233 7.00
20604UP12 223213223 5.00
20604UP14 031222343 7.50
20904SO11 454444554 8.00
20904SO15 022011023 4.00
20904GA12 012032033 4.00
20904GA14 021233223 5.00
20904CR13 032055133 4.00
20904CR16 012032024 4.00
30104PI01 324333334 8.00
30104PI06 011022023 4.00
30104PI12 442453453 8.00
30104PI14 021000 02 5.00
30104VC13 220232232 7.00
30104VC15 022023023 6.00
30204GA11 332222332 7.00
30204GA12 432443433 8.00
30204ON13 223211213 5.00
30204ON15 012002012 4.00
30204ON04 033034032 4.00
30204ON06 232101122 5.00
40104UP11 032333333 7.50
40104UP16 332233223 7.00
40104CC12 323324222 6.00
40104CC14 122101233 4.00
40104GA13 234222232 5.00
40104GA15 332243444 8.00
40604BG11 032223123 6.00
40604BG15 022012012 5.00
40604BG03 223233233 7.00
40604BG04 022232112 7.00
40604TQ02 334443333 8.00
40604TQ06 022001334 7.00
40704GA11 434554554 9.00
40704GA15 132222134 7.50
40704TQ12 122333333 8.00
40704TQ16 023122223 7.00
40704TQ03 123123223 7.00
40704TQ04 123333454 8.50
60104BO11 222342332 7.00
60104BO14 032101121 5.00
60104TQ12 032101113 5.00
60104TQ15 332443343 8.00
60104PP13 122343333 7.00
60104PP16 004012234 4.00
60904CC11 443454454 7.00
60904CC16 032233213 7.00
60904SE12 001243222 5.00
60904SE13 222232203 6.00
60904MC14 033132033 5.00
60904MC15 232232233 6.00

40205CO31 232333243 6.00
40205CO33 322222333 5.00
40205CO32 233333434 7.00
40205CO34 333434343 7.00
40505FL11 333333232 5.00
40505FL12 222333132 4.00
40505FL03 333232232 4.00
40505FL04 121222233 2.00
40505DF15 332232343 5.00
40505DF15 333333333 6.00
40905CC01 233333332 6.00
40905CC06 243434343 7.00
40905BA12 222033333 4.50
40905PA14 333222233 5.00
40905DF13 321433233 5.00
40905DF15 323434433 6.00
41205ON01 443444333 7.00
41205ON06 333334322 5.00
41205ON13 332332343 5.00
41205ON14 221233222 4.00
41205TQ02 333242343 6.00
41205TQ05 322333333 5.00
60105BO11 333332344 6.00
60105BO14 332333333 6.00
60105TQ12 221343233 6.00
60105TQ15 232222243 5.00
60105PP13 221233233 4.00
60105PP16 333333333 6.50
60505MC01 333233233 6.00
60505MC04 332334343 6.50
60505CC02 222234334 6.00
60505CC03 334333232 5.00
60905CC11 434333343 7.50
60905CC16 233233333 6.00
60905SE12 333232223 5.00
60905SE13 223333344 6.00
60905MC14 444342244 6.50
60905MC15 433333343 7.00

41007ON01 10 121233 6.00
41007ON04 1  1112 3 7.00
41007ON13 333233222 7.50
41007ON15 3332210   7.25
41007UP02 23 232232 6.50
41007UP06 0  11112  5.00
60707CC11 232222233 4.00
60707CC16 111110122 4.50
60707GA12 333232244 7.00
60707GA14 323342222 5.50
60707BO13 212321343 5.00
60707BO15 222222132 6.00
61107UP11 021211121 5.00
61107UP14 122211132 5.50
61107SE12 001310121 5.25
61107SE16 0  121122 4.00
61107GA13 232121222 6.00
61107GA15 0  01 0 1 4.00

10408PI11 444544555 9.00
10408PI13 332433333 8.00
10408ON12 432332343 7.00
10408ON14 543333344 7.00
10808GA11 534422423 7.00
10808GA14 444323443 7.50
10808ON12 433433433 8.00
10808ON13 544344434 9.00
20208CR11 434443333 8.00
20208CR18 423443443 8.50
20208SO12 223322333 5.50
20208SO17 334434333 5.00
```

```
20208SO03 444443444 9.00
20208SO05 444333233 6.00
20208CR04 543423223 7.00
20208CR06 555544555 9.50
30208GA11 554544545 9.00
30208GA12 323333445 6.00
30208ON13 423434434 6.00
30208ON15 234423325 5.00
30208ON04 023043234 4.00
30208ON06 544444444 7.00
30308PN11 544443434 8.50
30308PN14  22253324 7.00
30308GA12 454554445 9.00
30308GA16 344454443 7.00
30308TQ03 342444445 8.00
30308TQ05 332333333 6.00
30608TP11 554455555 9.00
30608TP16 424354445 8.00
30608TQ02 322442434 6.00
30608TQ05 434443445 7.50
30608PN13 454444445 8.00
30608PN14 343312434 4.00
40308TQ01 544533433 9.00
40308PI03 443432343 7.00
40308PI12 335222223 6.00
40808DA11 201223233 4.00
40808DA12 323344343 6.00
41108PI01 545444454 9.00
41108PI03 455443344 8.00
41108PI12 313333225 4.00
41108PI14 333342334 7.00
61108UP11 423423333 4.00
61108UP14 333223233 4.00
61108SE12 023334334 5.00
61108SE16  23 33233 2.50
61108GA13 022024244 3.00
61108GA15 003044244 2.00

20109ON13 222434444 7.50
20109ON15 444444444 8.50
20109PN14 322444444 8.00
20109PN16 444444444 8.50
20109PN01 322332111 6.00
20109PN02 433343233 7.00
30209GA11 222222222 4.00
30209GA12 010333232 5.00
30209ON13 333333332 6.00
30209ON15 010444333 6.00
30209ON04 444333442 6.00
30209ON06 554444232 6.00
30409VC11 442444334 7.00
30409VC16 011222221 4.00
30409TO02 222333332 5.00
30409TO04 322222211 3.00
30409SO13 222222221 3.00
30409SO15 333211111 3.00
40509FL11 222222222 5.00
40509FL04 111222043 2.00
40509FL12 222221222 3.00
40509FL03 442333222 6.00
40509DF15 111221111 3.00
40509DF16 111001242 3.00
40909CC01 324244434 7.00
40909CC06 211444453 8.00
40909BA12 244244222 4.00
40909BA14 210322332 5.00
40909DF13 432434453 8.00
40909DF15 121223222 5.00
41209ON01 111222111 3.00
41209ON06 322323233 4.00
41209ON13 322332333 5.00
41209ON14 211112112 2.00
41209TQ02 322444342 6.00
41209TQ05 322332333 5.00
60209mC14 222443242 5.00
60209SE12 543322222 5.00
60209SE15 021433433 6.00
60209UP13 000334235 4.00
60209UP06 322433444 7.00
60609PG01 432443443 8.00
60609PG05 211443444 6.00
60609PP02 211333221 5.00
60609PP04 432323242 6.00
60609BO03 232333443 6.00
60609BO06 211211111 4.00
61009UP01 442222221 5.00
61009UP05 532100243 4.00
61009MC02 211444232 6.00
61009MC06 200554232 6.00
61009CC03 210543554 8.00
61009CC04 101322222 4.00

10311PN11 442343443 7.00
10311PN14 333343433 7.00
20411PN02 433443432 7.00
20411UP14 333342333 5.00
20411PN06 433443433 8.00
20411PN17 333433334 6.00
20711ON01 433233333 4.00
20711ON02 333352333 5.00
20711CR03 433343443 6.00
20711CR04 333443443 7.00
21111GA11 433443433 7.00
21111GA16 433443443 8.00
21111SO12 433523533 8.00
21111SO14 433533533 8.00
21111CR13 333533543 9.00
21111CR15 433423543 8.00
30411VC11 433443544 8.00
30411VC16 333333333 7.00
30411TU02 333543433 8.00
30411TO04 433332333 6.00
30411SO13 333443444 7.00
30411SO15 433332333 7.00
30611TP11 443443443 8.00
30611TP16 443433433 7.00
30611TQ02 443543443 8.00
30611TQ05 444433443 8.00
30611PN13 333333443 7.00
30611PN14 443443443 9.00
40411SO02 433442433 8.00
40411SO04 433443544 9.00
40411SO13 433444444 8.00
40411SO16 333443544 9.00
40411BA11 433443443 8.00
40411BA15 333432443 7.00
40911CC01 233334443 7.00
40911CC06 443344344 8.00
```

```
40911BBA12 4344344454 8.00
40911BBA14 4334434422 9.00
40911DF13 4334334443 8.00
40911DF15 3333434443 7.00

10312GA12 4334434443 8.00
10312GA13 3333433333 6.00
20712ONO1 3432133332 4.00
20712ONO2 4222523343 6.00
20712CRO3 4435224443 8.00
20712CRO4 2323314443 7.00
30112PIO1 4233433334 6.00
30112PIO6 4433433333 6.00
30112PII2 5423424443 7.00
30112PII4 5222333332 5.00
30112VC13 4434534433 8.00
30112VC15 3414442424 6.50
60312MC11 4233432233 6.00
60312MC14 4223433333 5.00
60312SE12 4422433344 7.00
60312SE15 4333432233 4.00
60312UP33 4223422223 4.00
60312UP06 4444323223 6.00
61112UP11 4243323327 7.00
61112UP14 4333433334 6.00
61112SE12 3333332223 5.00
61112SE16 4332323547 7.00
61112GA13 4322320333 3.00
61112GA15 0  2312434 4.00

10113PIO1 4432334548 8.00
10113PIO4 4445534448 8.00
10113ONO2 2433332336 6.00
10113ONO3 3544432307 7.00
10513PIO1 3434432347 7.00
10513PIO3 3444443338 8.00
10513ONO2 4442333337 7.00
10513ONO4 2433444448 8.00
20313GA11 4322534147 7.00
20313GA12 1224431336 6.00
20313GA13 2434542437 7.00
20813ONI1 2322321323 3.00
20813ONI3 1323340  4.00
20813VC12 3433322333 3.00
20813VC14 2332331333 3.00

10215PBO1 4444434437 7.00
10215PBO5 2201111111 4.00
10215UP12 0201001227 3.00
10215UP14 1321232224 4.00
10215UP03 3224323234 5.00
10215UP06 0100100102 2.00
10815PN11 3322334446 6.00
10815PN13 0223334435 5.00
10815UP12 2322102214 4.00
10815UP14 0222112225 5.00
20315GA11 3323444448 8.00
20315GA12 2322323336 6.50
20315GA13 2222321115 5.00
30315PN11 3323434448 8.00
30315PN14 4443223337 7.00
30315GA12 2212320327 3.00
30315GA16 2232222326 6.00
30315TQ03 4322121224 4.00

30315TQ05 2222112226 6.00
40215CO31 4334325448 8.50
40215CO33 2213223337 7.00
40215CO32 2212222215 5.00
40215CO34 2222112226 6.00
41215ONO1 4333334447 7.50
41215ONO6 3334444448 8.50
41215ONI3 3223323226 6.50
41215ONI4 3322322226 6.00
41215TQO2 0210110223 3.00
41215TQO5 1222322325 5.00
60315MC11 3334434448 8.50
60315MC14 1112111214 4.00
60315SE12 4323332227 7.00
60315SE15 0001321204 4.00
60315UP33 4344444448 8.50
60315UP06 2213333337 7.00
60715CC11 4443343448 8.00
60715CC16 2223232337 7.00
60715GA12 1212222226 6.00
60715GA14 0111100223 3.00
60715BO13 0110220113 3.00
60715BO15 3312123337 7.00
61115UP11 3110122325 5.00
61115UP14 1111111111 6.00
61115SE12 0111321336 6.00
61115SE16 0001121326 6.00
61115GA13 0220120223 2.00
61115GA15 0010121015 1.00

40216CO31 5434434346 6.00
40216CO33 4223322457 4.50
40216CO32 3345444447 7.00
40216CO34 4333333445 5.00
40716GA11 4434334445 5.00
40716GA15 5445454337 7.00
40716TO12 3323422424 4.00
40716TO16 2342323343 3.00
40716TO03 2332422334 3.00
40716TO04 4343424345 5.00
60116BO11 4434434548 8.00
60116BO14 4333433247 7.00
60116TO12 5445544538 8.50
60116TO15 4433222335 5.00
60116PP13 4423332436 6.00
60116PP16 3343424334 4.50

10218PBO1 3334543427 7.00
10218PBO5 3312112308 4.00
10218UP12 1112112313 3.00
10218UP14 2113532124 4.00
10218UP03 4424433426 6.00
10218UP06 0103411102 2.00
20218CR11 5534423427 7.00
20218CR18 2233224335 5.00
20218SO12 3113112224 4.00
20218SO17 2333322125 5.00
20218SO03 3123313336 4.00
20218SO05 4324533336 6.00
20218CR04 2114433235 5.00
20218CR06 5545545549 9.00
20618VC11 4424322327 7.00
20618VC13 3223313326 6.00
20618UP12 2332102316 5.00
```

```
20618UP14 441443442 7.00
30318PN11 211321213 4.00
30318PN14 441443443 7.00
30318GA12 033441233 4.00
30318GA16 011343443 7.00
30318TQ03 222333433 4.00
30318TQ05 223331432 6.00
30518ON11 433442442 7.50
30518ON15 333332221 5.00
30518ON02 423443332 7.00
30518ON06 353443332 5.50
30518PI04 221444443 6.00
30518PI07 442443454 8.00
30518PI13 431443241 6.00
30518PI18 333433242 6.50
40518FL11 444453232 7.00
40518FL12 322442243 6.00
40518FL03 554253221 6.00
40518FL04 014232233 1.00
40518DF15 311342200 3.00
40518DF16 041343211 4.00
40818DA11 013331231 4.00
40818DA12 223431433 5.00
41218ON01 443423222 6.00
41218ON06 532544443 8.00
41218ON13 341431342 5.00
41218ON14 232321322 5.00
41218TQ02 333443453 7.00
41218TQ05 444544443 8.00
60318MC11 422442342 6.00
60318MC14 333441243 6.00
60318SE12 343452233 5.00
60318SE15 343453322 8.00
60318UP33 443341222 5.50
60318UP06 433443213 5.00
60718CC16 444343443 7.00
60718GA14 243343342 6.00
60718BO13 443553444 8.00
60718BO15 322322323 7.00
61118UP11 423432233 7.00
61118UP14 322342342 6.00
61118SE12 222444322 7.00
61118SE16 222343444 5.00
61118GA13 012221233 3.00
61118GA15 011233133 1.00

40319TQ01 422411332 5.00
40319PI12 444331433 7.00
40319PI03 444211343 6.00
40719GA11 434321444 7.00
40719GA15 443211344 5.50
40719TO12 343333221 5.00
40719TO03 334442331 6.00
40719TO04 445443343 8.00
40719TO16 444322354 7.50
41019ON01 431222343 6.00
41019ON04 344212332 6.00
41019ON13 444322211 5.00
41019ON15 432333344 8.00
41019UP02 443211433 7.00
41019UP06 334201333 5.00
60219MC11 433322444 6.00
60219MC14 444322444 7.50
60219SE12 434444223 7.50
60219SE15 344454323 7.00
60219UP13 233322322 5.00
60219UP06 434433221 5.50
60619PG01 334343323 6.50
60619PG05 422454343 7.50
60619PP02 434334344 7.50
60619PP04 234321324 5.00
60619BO03 433212434 5.50
60619BO06 444322333 6.00
61019UP01 432342222 5.50
61019UP05 333202322 4.00
61019MC02 122232233 3.50
61019MC06 212233142 4.50
61019CC03 312222332 3.00
61019CC04 333212243 5.00

10220PB01 435435555 8.00
10220PB05 313322323 4.00
10220UP12 333452422 6.00
10220UP14 343455443 6.00
10220UP03 322332323 5.00
10220UP06 333332321 4.00
10620UP01 444333442 7.00
10620UP03 534432422 5.00
10620PB02 334554411 6.00
10620PB04 333343221 5.00
20320GA11 445454354 8.00
20320GA12 4 3413433 4.00
20320GA13 4 2411322 4.00
21020UP01 533523513 6.00
21020UP06 44443344  7.00
21020ON02 443421443 4.00
21020ON04 424422443 6.00
21020VC03 454444544 8.00
21020VC05 213233432 6.00

10422PI11 011443443 6.00
10422PI13 444554544 8.00
10422ON12 443323333 7.00
10422ON14 322313333 7.00
20122ON13 022322333 7.50
20122ON15 033012233 5.50
20122PN14 432333343 8.00
20122PN16 023323 33 6.00
20122PN01 454434434 8.50
20122PN02  23 12 33 6.50
21022UP01 444345444 7.50
21022UP06 443 23 32 6.00
21022ON02 433424433 8.00
21022ON04 323323333 7.00
21022VC03 554444534 8.50
21022VC05      3332 5.00
30122PI01 544534443 8.50
30122PI06 022022233 3.00
30122PI12 312022032 5.00
30122PI14 343323332 7.00
30122VC13 021022032 5.00
30122VC15 433433333 7.00
30222GA11 444444443 8.50
30222GA12 023033033 6.00
30222ON13 335334333 7.00
30222ON15 033035233 4.00
30222ON04 033033033 4.00
30222ON06 323323333 7.00
```

```
30322PN11 333323323 7.00
30322PN14 332012022 5.00
30322GA12 443444443 8.00
30322GA16 033223233 7.00
30322TQ03 022024033 5.00
30322TQ05 323313322 6.50
30422VC11 333333443 7.50
30422VC16 033023022 5.50
30422TQ02 444444434 8.00
30422TQ04 033013023 5.00
30422SQ13 323313023 6.00
30422SQ15 043013022 4.50
30522QN11 354424434 7.50
30522QN15 023333033 6.00
30522GN02 544432443 8.00
30522GN06 343333343 7.50
30522PI04 022335234 6.00
30522PI07 445554544 9.00
30522PI13 032323343 7.00
30522PI18 433433444 8.00
30622TP11 344344344 8.00
30622TP16 333333333 7.00
30622TQ02 432444434 7.50
30622TQ05 013032011 5.50
30622PN13 333044043 6.00
30622PN14 023013223 5.00
40122UP11 044223223 7.00
40122UP16 333324333 7.00
40122CC12 043044044 6.00
40122CC14 444414434 8.00
40122GA13 333324344 7.00
40122GA15 344334333 7.00
40222CQ31 454434554 8.50
40222CQ33 013014133 4.00
40222CQ32 344324333 7.00
40222CQ34 333324344 7.00
40322TQ01 444545423 8.50
40322PI03 044344334 6.00
40322PI12 044344333 6.00
40422SQ02 333033033 6.00
40422SQ04 334343343 7.00
40422SQ13 334034033 6.00
40422SQ16 333323333 7.00
40422BA11 443343434 8.00
40422BA15 443443443 8.50
40522FL11 444454434 8.00
40522FL12 334333333 7.00
40522FL03 433344343 7.00
40522FL04 03 034023 3.00
40522QF15 333333033 5.00
40522QF16 323333333 7.00
40622BG11 554534554 9.00
40622BG15 333323333 6.00
40622BG03 033434343 7.50
40622BG04 332333333 6.50
40622TQ02 033334444 7.50
40622TQ06 454444544 8.50
40822QA11 444433544 8.50
40822QA12 334323433 7.00
41022UN01 524534514 8.50
41022QN04 033044023 4.00
41022QN13 333344344 7.00
41022QN15 453443323 8.00
41022UP02 033245343 5.00
41022UP26 033444323 6.50
60122FQ11 444434444 8.00
60122BQ14 323034333 6.00
60122TQ12 434033024 5.00
60122TQ15 313023234 6.00
60122PP13 534434433 7.50
60122PP16 024024313 5.00
60222MC11 312323323 7.00
60222MC14 344455333 6.50
60222SE12 312323313 6.50
60222SE15 344434333 6.50
60222UP13 553444455 8.50
60222UP06 543424434 8.00
60322MC11 423444444 7.50
60322MC14 444434444 8.00
60322SE12 533455444 8.50
60322SE15 033034333 6.00
60322UP33 333024303 5.50
60322UP06 323345344 7.00
60422PG01 334344324 6.00
60422PG04 332344324 6.00
60422PP02 443354334 7.50
60422PP05 323423324 6.00
60422BQ03 443324314 6.00
60422BQ06 022344333 7.00
60522MC01 232423322 7.00
60522MC04 433344333 7.50
60522CC02 322033343 6.00
60522CC03 333033323 6.00
60622PG01 423444422 8.00
60622PG05 323334323 7.00
60622PP02 312324334 6.00
60622PP04 322323443 6.00
60622BQ03 333323313 6.50
60622BQ06 444433432 7.50
60722CC11 312323433 6.50
60722CC16 313334343 7.50
60722GA12 333334443 8.00
60722GA14 343313333 7.00
60722BQ13 423334343 6.50
60722BQ15 443434433 8.00
60822PG11 433545433 8.50
60822PG13 443455434 8.50
60822PP12 424423444 8.00
60822PP15 333355333 7.00
60822TQ14 333355334 6.50
60822TQ16 443444414 8.00
61022UP01 444434443 8.50
61022UP05 343333312 6.50
61022MC02 334334324 7.00
61022MC06 322323323 6.00
61022CC03 443344343 8.00
61022CC04 323344324 7.00
61122UP11 013314323 5.00
61122UP14 033323333 4.00
61122SE12 013323323 5.00
61122SE16 033033 43 4.00
61122GA13 033033034 2.00
61122GA15 033034043 0.00

20424PN02 334434432 7.00
20424UP14 343222332 6.00
20424PN06 233213332 5.00
20424PN17 444434343 8.00
```

21124GA11	444443454	9.00
21124GA16	334344444	7.00
21124SO12	443232232	6.00
21124SO14	344445333	8.00
21124CR13	222232334	6.00
21124CR15	344445443	7.00
30124PI01	554443334	7.00
30124PI06	333343234	8.00
30124PI12	232224343	6.00
30124PI14	233222433	5.00
30124VC13	232232332	5.00
30124VC15	223222333	5.00
30324PN11	443544444	8.00
30324PN14	233434333	6.00
30324GA12	233232122	5.00
30324GA16	123232433	5.00
30324TQ03	343222333	6.00
30324TQ05	433323443	7.00
40124UP11	232422444	6.00
40124UP16	454423343	7.00
40124CC12	444322454	7.00
40124CC14	343322444	6.00
40124GA13	232454454	7.00
40124GA15	443554454	8.00
20225CR11	322342433	6.00
20225CR18	521342554	8.50
20225SO12	421333554	8.00
20225SO17	232353553	7.00
20225SO03	554443553	7.50
20225SO05	532342443	7.00
20225CR04	542453554	8.00
20225CR06	542432555	9.00
20625VC11	554342453	8.50
20625VC13	444452554	9.00
20625UP12	533342454	8.00
20625UP14	442443555	9.50
30425VC11	331442544	8.50
30425VC16	333453443	7.50
30425TQ02	432453444	8.50
30425TQ04	432232334	7.50
30425SO13	554553554	9.00
30425SO15	443443323	8.00
30625TP11	442544453	9.00
30625TP16	543344555	9.50
30625TQ02	331332243	8.00
30625TQ05	543454555	9.50
30625PN13	542443555	9.50
30625PN14	344332354	8.50
40725GA11	554453343	9.00
40725GA15	553453454	9.00
40725TO12	543453343	8.00
40725TO16	232343343	7.00
40725TQ03	232342343	7.00
40725TQ04	544554343	8.50
41025QN04	542344454	8.00
41025QN13	442442554	8.00
41025QN15	542452554	9.00
41025UP02	554554454	8.50
41025UP06	244343354	6.00
60825PG11	442454553	9.00
60825PG13	341454442	7.00
60825PP12	343453343	7.00
60825PP15	553554554	9.00
60825TQ14	543554454	8.00
60825TQ16	342452554	8.50

10326PN11	323322333	7.00
10326PN14	211211432	5.00
10326GA12	232232243	6.00
10326GA13	343343343	7.00
10726GA11	432422432	8.00
10726GA14	444332343	7.00
10726QN12	333311332	6.00
10726QN13	222222343	6.00
20726QN01	342421332	7.00
20726QN02	332432443	7.00
20726CR03	443443433	8.50
20726CR04	332321232	6.00
21126GA11	433232242	6.50
21126GA16	133331332	6.00
21126SO12	332210321	5.00
21126SO14	032221232	4.00
21126CR13	322311343	5.00
21126CR15	322300233	4.50
30426VC11	322422343	7.50
30426VC16	110021233	4.00
30426TQ02	232310421	6.00
30426TQ04	333320332	6.00
30426SO13	332242442	8.00
30426SO15	234221332	7.00
40526FL11	433433443	8.00
40526FL12	133211232	6.50
40526FL03	333322422	7.50
40526FL04	022210233	4.00
40526QF15	333211333	7.50
40526QF16	344321432	8.00
40826QA11	413422433	8.00
40826QA12	222222211	6.00
60226MC11	433433444	8.00
60226MC14	322233044	6.00
60226SE12	433332344	7.50
60226SE15	433443322	7.00
60226UP13	444422444	8.50
60226UP06	443322433	8.00
60626PG01	433522422	8.00
60626PG05	433333333	7.50
60626PP02	332222233	6.50
60626PP04	211311233	6.00
60626RU03	322332244	7.50
60626RU06	322311232	6.00
61026UP01	443421433	8.00
61026UP05	433333433	7.50
61026MC02	322333433	7.50
61026MC06	21 333333	7.00
61026CC03	443421433	8.00
61026CC04	233433444	7.50
40227CC31	443242243	6.00
40227CC33	333321322	5.00
40227CC32	311221222	4.00
40227CC34	322231343	6.00
40527FL11	321442233	7.00
40527FL12	011211232	4.00
40527FL03	333132132	5.00
40527FL04	013111222	2.00
40527QF15	311221243	5.00
40527QF16	322222232	5.50

```
410270N01 323311222 5.00
410270N04 032221233 4.00
410270N13 421332342 7.00
410270N15 310242241 6.00
410270P02 011211233 4.00
410270P06 033021231 3.00
60227MC11 300221231 4.00
60227MC14 323231233 6.00
60227SE12 311231213 5.00
60227SE15 422332013 4.00
60227UP13 321221233 4.00
60227UP06 332242333 6.00
60627PG01 423432442 8.00
60627PG05 211332343 6.00
60627PP02 333221243 6.00
60627PP04 211242242 5.00
60627B003 311221342 5.00
60627B006 212241332 6.00
61027UP01 343131233 5.00
61027UP05 323210232 3.00
61027MC02 332221232 4.00
61027MC06 022021033 3.00
61027CC03 021243244 4.00
61027CC04 022321033 4.00

40128UP11 034233333 5.00
40128UP16 233121122 4.50
40128CC12 443333332 7.00
40128CC14 243221232 6.00
40128GA13 443333322 6.50
40128GA15 334333333 5.50
40628BG11 333444343 8.50
40628BG15 333111011 6.00
40628BG03 222223223 8.00
40628BG04 333231121 7.50
40628TQ06 122121222 6.50
41128PI01 433433323 7.00
41128PI03 222021122 6.00
41128PI12 333444422 8.00
41128PI14 333020131 5.00
60528MC01 222222232 5.50
60528MC04 032444443 7.00
60528CC02 323443333 6.00
60528CC03 232032011 5.00

10129PI01 332433322 5.00
10129PI04 344433445 8.00
10129ON02 0  202213 2.00
10129ON03 444221432 6.00
10429PI11 323443322 4.00
10429PI13 245213345 6.00
10429ON12 332321444 5.00
10429ON14 354455544 8.00
10829PN11 433322412 5.00
10829PN13 343342453 7.00
10829UP12 444212213 4.00
10829UP14 013243422 6.00
20729ON02 022454233 5.00
20729CR03 455455423 8.00
20729CR04 343231334 6.00
20729ON01 343455325 7.00
21129GA11 442342423 6.00
21129GA16 332354433 7.00
21129SO12 021255212 2.00
21129SO14 433443433 5.00
21129CR13 222342331 4.00
21129CR15 013234321 3.00
30229GA11 454443323 7.00
30229GA12 033222232 5.00
30229ON13 344333422 6.00
30229ON15 013244322 4.00
30229UN04 014210323 3.00
30229ON06 333211320 2.00
30429VC11 443453433 7.00
30429VC16 342231344 6.00
30429TQ02 333242323 6.00
30429TQ04 213210333 3.00
30429SO13 343221324 4.00
30429SO15 344420422 5.00
30629TP11 442443422 7.00
30629TP16 344344232 8.00
30629TQ02 333342322 6.00
30629TQ05 233321442 4.00
30629PN13 443243422 5.00
30629PN14 444211433 5.00
40829DA11 343331332 6.00
40829GA12 322230410 5.00
41029ON01 344221444 5.00
41029ON04 24 210333 3.00
41029ON13 454444455 6.00
41029ON15 312443433 4.00
41029UP02 043311323 2.00
41029UP06 2  201200 1.00
60229MC14 352442555 8.00
60229SE12 443443345 7.00
60229SE15 332220223 5.00
60229UP13 552254325 6.00
60229UP06 02 221213 3.00
60629PG01 344253434 8.00
60629PG05 322443244 6.00
60629PP02 233245232 6.00
60629PP04 333244232 5.00
60629B003 553244422 7.00
60629B006 013210223 4.00
61029UP01 355211322 4.00
61029UP05 333320444 5.00
61029MC02 433244455 6.00
61029MC06 454255424 7.00
61029CC03 454355433 8.00
61029CC04 0  232332 3.00

40330TQ01 432442442 8.00
40330PI03 331210221 3.00
40330PI12 333232232 5.00
40630BG11 432432442 8.00
40630BG15 111111222 3.00
40630BG03 245211243 5.00
40630BG04 234210211 3.00
40630TQ02 322222212 6.00
40630TQ06 334422433 7.00
41130PI01 443211334 7.00
41130PI03 221221332 6.00
41130PI12 100210211 4.00
41130PI14 332100222 3.00
60630PG01 432222333 7.00
60630PG05 122233344 7.00
60630PP02 222232343 7.00
60630PP04 211343244 5.00
```

```
60630B003 233211222 5.00
60630B006 223343323 6.00
61030UP01 333222333 7.00
61030UP05 3330002 34 6.00
61030MC02 022101333 3.00
61030MC06 122333333 7.00
61030CC03 110221233 5.00
61030CC04 155222334 6.00

10331PN11 432442433 8.00
10331PN14 222211333 6.00
10331GA12 433332444 7.00
10331GA13 422332333 7.50
10731GA11 442332444 8.00
10731GA14 321343443 6.50
10731ON12 333332333 6.00
10731ON13 433442444 7.00
20131ON13 332332443 6.50
20131ON15 432322332 6.00
20131PN14 312443333 6.50
20131PN16 332443433 6.50
20131PN01 432443443 8.00
20131PN02 432332343 7.00
20831ON11 432333433 7.50
20831ON13 443333433 7.50
20831VC12 332332332 6.50
20831VC14 0   132132 3.00

10532PI01 433322233 8.00
10532PI03 222111122 6.00
10532ON02 311311423 7.00
10532ON04 011111122 4.00
10932UP01 344322222 7.00
10932UP03 221100122 5.00
10932PI12 222111122 6.00
10932PI14 422332333 8.00
21032UP01 332311222 5.00
21032UP06 333332232 8.00
21032ON02 433221222 6.00
21032ON04 021100122 4.00
21032VC03 333222232 6.00
21032VC05 233211333 7.00
40432SO02 334222323 7.00
40432SO04 333332333 6.00
40432SO13 323322222 6.00
40432SO16 212211221 4.00
40432BA11 444432434 8.00
40432BA15 221322222 5.00
40732G-11 444432444 8.00
40732GA15 433332443 7.00
40732TO12 333322333 6.00
40732TO16 233332433 6.00
40732TO03 233322322 5.00
40732TO04 333343342 6.00
41232ON01 322311222 5.00
41232ON06 322432422 7.00
41232ON13 322422332 6.00
41232ON14 422321333 7.00
41232TQ02 322322443 6.00
41232TQ05 433432343 8.00
60432PG01 544532443 8.00
60432PG04 333333433 6.00
60432PP02 323322432 5.00
60432PP05 323322433 5.00

60432B003 333333434 7.00
60432B006 223321333 4.00

10133PI01 444223222 4.00
10133PI04 554233333 5.00
10133ON02 133102132 3.00
10133ON03 444211242 3.00
10533PI01 534443443 8.00
10533PI03 554353243 7.00
10533ON02 332422332 7.00
10533ON04 4>4<3<3>3 7.00
10933UP01 444222322 5.00
10933UP03 443312112 3.00
10933PI12 433433344 6.00
10933PI14 443244343 6.00
20733ON01    433444 7.00
20733ON02 443213222 5.00
20733CR03 554252453 7.00
20733CR04 321110222 2.00
20333GA11 543353354 6.00
20333GA12 333222232 5.00
20333GA13 444231221 4.00
21033UP01 242433222 5.00
21033UP06 423243243 7.00
21033ON02 444222342 5.00
21033ON04 222211242 4.00
21033VC03 554454432 8.00
21033VC05 121333232 5.00
30433VC11 555453453 6.00
30433VC16 300230233 5.00
30433TO02 443211122 4.00
30433TO04 322221222 4.00
30433SO13 533232333 6.00
30433SO15 433251253 6.00

10434PI11 221254243 6.00
10434PI13 442442442 7.00
10434ON12 433332344 7.00
10434ON14 344354443 8.00
20434PN02 422332232 6.00
20434Ur14 344533534 9.50
20434PN06 343224422 6.00
20434PN17 444411443 7.50
20734ON01 421310244 5.00
20734ON02 542452344 7.50
20734CR03 542232444 7.50
20734CR04 243253444 7.00
21134GA11 443342344 7.00
21134GA16 433444353 7.00
21134SO12 444443443 8.00
21134SO14 043443544 7.50
21134CR13 142222243 6.50
21134CR15 444444533 8.00
30134PI01 243034344 5.50
30134PI06 444432444 7.50
30134PI12 442342444 6.50
30134PI14 344432344 7.50
30134VC13 442444444 8.00
30134VC15 043043244 4.50
30334PN11 332442243 6.00
30334PN14 044244433 5.00
30334GA12 444342043 5.50
30334GA16 343343444 5.00
30334TQ03 444243343 6.50
```

```
30334TQ05  4444443343  7.50
40234CC31  3422234244  5.00
40234CC33  4444443444  8.00
40234CC32  4432232344  6.00
40234CC34  4453443443  7.00
40734GA11  4542543444  7.50
40734GA15  4444443443  7.50
40734TC12  4440433332  5.50
40734TC16  3443324444  6.00
40734TC03  2433314433  6.50
40734TC04  4442434454  8.00
60534MC01  4442423544  6.00
60534MC04  0313423333  6.50
60534CC02  3443423334  7.00
60534CC03  4434434443  8.00
60934CC11  4432342244  6.00
60934CC16  3433540433  5.00
60934SE12  4314424314  7.50
60934SE13  2434342444  7.00
60934MC14  4444424443  8.00
60934MC15  2442332433  6.50

20336GA11  4323433533  7.00
20336GA12  2212222325  5.00
20336GA13  0111210224  4.00
21036UP01  3222332214  4.00
21036UP06  3324433344  8.00
21036ON02  3333342216  6.50
21036ON04  4434332337  7.50
21036VC03    112422225.00
21036VC05     12111 2  4.00
30536ON11  3223223335  5.00
30536ON15  4333223327.50
30536ON02  2322432327.00
30536ON06  1111101212.00
30536PI04  0240331333.00
30536PI07  3324334448.50
30536PI13  2111311114.00
30536PI18  2332332337.00
30636TP16  0112322335.00
30636TQ02  4223554558.00
30636TQ05  3335544449.00
30636PN13  0110330334.00
30636PN14  2232221224.00
40736GA11  3343434448.50
40736GA15  4344434448.50
40736TC12  3222222325.50
40736TC16  0240330236.00
40736TC03  1111111214.00
40736TC04  2233533437.00
40936CC01  3.2.3.4.3 7.50
40936CC06  3211223336.50
40936BA12  0120321225.00
40936BA14  0231111002.00
40936DF13  2112332325.00
40936DF15  0111211234.00
4.136PI01  4-4-3.435 9.00
41136PI03  3223224337.50
41136PI12  3112322326.00
41136PI14  0333223116.00

10438PI11  2223423438.00
10438PI13  2323423327.00
10438ON12  4444244349.00
10438ON14  2202213437.00
10838PN11  2233344227.00
10838PN13  4333344438.00
10838UP12  3322224337.00
10838UP14  4443534538.00
20238CR11  2223322026.00
20238CR18    2 232336.00
20238SO12  3213203447.00
20238SO17  2222342336.00
20238SO03  4334444 3 7.00
20238SO05  5545544549.00
20238CR04  2203334428.00
20238CR06  54545455510.00
20638VC11  4423334448.00
20638VC13  3333323337.00
20638UP12  2342222327.00
20638UP14  4434425559.00
20938SO11  4344344559.00
20938SO15  2222212327.00
20938GA12  2213222227.00
20938GA14  3323334238.00
20938CR13  3222322327.00
20938CR16  4424423338.00

10239PB05  2344552116.00
10239UP12  4134142145.00
10239UP14  1200110113.00
10239UP03  1332553337.00
10239UP06  0220222312.00
10639UP01  4542316324.00
10639UP03  3452213325.00
10639PB02  1311213526.00
10639PB04  3332234545.00
20339GA11  3443322528.00
20339GA12  1321112444.00
20339GA13  3241213316.00
20739ON01  5333314548.00
20739ON02  2422043337.00
20739CR03  3342211234.00
20739CR04  2442114446.00
21039UP01  5324313328.00
21039UP06  3443422227.00
21039ON02  5332512147.00
21039ON04  5240113325.00
21039VC03  2211134435.00
21039VC05  5454535539.00
30139PI01  5344324539.00
30139PI06  0220222333.00
30139PI12  3342103527.00
30139PI14  1322212224.00
30139VC13  2342512237.00
30139VC15  2313334548.00
30639TP11  4444444448.00
30639TP16  4353444528.00
30639TQ02  4142353427.00
30639TQ05  5442222414.00
30639PN13  4321113245.00
30639PN14  4442155415.00
40839DA11  5232414448.00
40839DA12  4354544329.00
41239UN01  5344424139.00
41239ON06  4422420425.00
41239ON13  1342414113.00
41239ON14  4543124556.00
```

```
41239TQ02  343234454  9.00
41239TQ05  554343434  8.00
60139BQ11  442445355  8.00
60139BQ14  444225452  5.00
60139TQ12  555231143  6.00
60139TQ15  132342313  4.00
60139PP13  214355443  5.00
60139PP16  545343444  9.00
60539MC01  545534445  8.00
60539MC04  243244555  6.00
60539CC02  332442444  4.00
60539CC03  552351352  7.00
60939CC11  512544315  8.00
60939CC16  324243342  6.00
60939SE12  523152545  8.00
60939SE13  144352555  7.00
60939MC14  312442545  7.00
60939MC15  545443545  9.00

20540SQ01  323222333  7.00
20540SQ02  333333333  8.00
20540SQ03  333323221  6.00
20840QN11  332211333  7.00
20840QN13  222220000  5.00
20840VC12  333211011  6.00
20840VC14  122022022  5.00
30540QN11  222222233  6.00
30540QN15  233212222  6.00
30540QN02  222212233  6.00
30540QN06  222222333  6.00
30540PI04  222333333  7.00
30540PI07      333333  8.00
30540PI13  333332232  8.00
30540PI18  333322      7.50
40440SQ02  333323333  6.00
40440SQ04  333333333  6.00
40440SQ13  333333333  7.00
40440SQ16  223222334  7.00
40440BA11  333334333  8.00
40440BA15  333333333  8.00
41240QN01  332322322  6.00
41240QN06  333333333  7.00
41240QN13  322322323  6.50
41240QN14  333322322  6.00
41240TQ02  332333333  7.00
41240TQ05     322222  5.00
60540MC01  322322322  7.00
60540MC04  222221221  6.00
60540CC02  322232221  6.00
60540CC03  333322233  7.00
60940CC11  333221211  6.00
60940CC16  121211212  5.00
60940SE12  332333322  7.00
60940SE13  332212322  6.00
60940MC14  111211210  5.00
60940MC15  111111211  6.00

10141PI01  221221232  5.00
10141PI04  332433433  7.00
101410N02  0330111    5.00
101410N03  333111010  4.00
20641VC11  444434333  9.00
20641VC13  344433322  7.00
20641UP12  033222122  5.00
20641UP14  232232232  6.00
20941SQ11    22132233  5.00
20941SQ15  333222233  4.00
20941GA12  011021011  1.00
20941GA14  021032132  1.00
20941CR13  21121012   1.00
20941CR16  032011121  1.00
40141UP11  333244344  6.00
40141UP16  101101121  3.00
40141CC12  323233222  5.00
40141CC14  444443443  8.00
40141GA13  233222233  4.00
40141GA15  222222221  4.00
40641BG11  022 3 232  3.00
40641BG15  344343444  7.00
40641BG03  0 3232232  4.00
40641PG04  021 32233  4.00
40641TQ02  122221122  3.00
40641TQ06  2442 2333  5.00
60141BQ11  011011222  3.00
60141BQ14  143121122  4.00
60141TQ12  322232333  6.00
60141TQ15  244232232  5.00
60141PP13  233243344  5.00
60141PP16  344444444  8.00
60941CC11  343232443  6.00
60941CC16  044044121  3.00
60941SE12  444444344  8.00
60941SE13  021232232  5.00
60941MC14  0211 11 1  4.00
60941MC15  434443232  7.00

30642TP11  444444444  8.00
30642TP16  444443443  7.50
30642TQ02  222222332  6.00
30642TQ05  444444444  8.00
30642PN13  333344333  7.00
30642PN14  333444333  7.00
40342TQ01  444444444  8.00
40342PI12  333322332  6.00
41042QN01  423444444  8.00
41042QN04  030033132  4.00
41042QN13  433444343  7.50
41042QN15  433443444  8.00
41042UP02  012011033  5.00
41042UP06  223333444  7.00
60442PG01  312332233  6.50
60442PG04  233343444  7.00
60442PP02  333444344  7.50
60442PP05  444455333  7.00
60442BQ03  332344333  7.00
60442BQ06  222333332  6.50
60842PG11  444444333  7.50
60842PG13  233211222  5.50
60842PP12  022244333  6.50
60842PP15  333333344  7.50
60842TQ14  011222223  5.50
60842TQ16  032343333  7.00

40343TQ01  454454454  8.00
40343PI03  012000111  3.00
40343PI12  234204212  5.00
40943CC01  443443233  8.00
40943CC06  233344344  8.00
```

```
40943BA12 110222222 6.00
40943BA14 211122011 5.00
40943DF13 211000010 4.00
40943DF15 010100000 2.00
60843PG11 421244244 8.00
60843PG13 120120022 5.00
60843PP12 444253253 6.00
60843PP15 454454443 7.00
60843TQ14 553255233 6.00
60843TQ16 454354243 6.00

40344TQ01 444555554 9.00
40344PI03 012344343 6.50
40344PI12 204344343 7.00
40844DA11 443434443 7.00
40844DA12 122221222 5.00
60444PG01 443444343 8.00
60444PG04 222455344 6.50
60444PP02 033333344 6.50
60444PP05 443455233 6.00
60444BO03  44344444 7.00
60444BO06 012232 23 5.00
60844PG11 444445453 9.00
60844PG13 221444313 6.00
60844PP12 222343342 7.00
60844PP15 443444444 7.00
60844TQ14 322434232 5.50
60844TQ16 343444222 6.00

10245PBO1 443433453 8.50
10245PBO5 222222232 5.00
10245UP12 222232343 6.00
10245UP14 332111231 4.00
10245UPO3 23 222 43 5.00
10245UPO6 211011111 3.00
10645UPO1 232233322 4.00
10645UPO3 443442432 6.00
10645PBO2 443422443 5.00
10645PBO4 443221 43 6.50
20145ON13 111222 33 5.00
20145ON15 444344444 6.00
20145PN14 332232333 6.00
20145PN16 321221343 6.00
20145PNO1 332433333 6.50
20145PNO2 444243343 5.50
20845ON11 231332232 5.00
20845ON13 233232233 5.50
20845VC12 322210332 4.00
20845VC14 233133233 4.50
30445VC11 453343333 7.50
30445VC16 022120    5.00
30445TO02 433222333 6.00
30445TO04 212211333 5.00
30445SO13 554333455 8.00
30445SO15 222332433 6.00

40146UP11 432424555 7.50
40146UP16 444314444 7.50
40146CC12 231414241 6.00
40146CC14 211344233 6.50
40146GA13 132232554 6.00
40146GA15 444454454 8.50
40446SO02 223323333 7.00
40446SO04 212323243 6.00

40446SO13 223225142 6.50
40446SO16 223334353 7.00
40446BA11 443454454 8.50
40446BA15 022222443 6.00
40946CC01 223244454 6.50
40946CC06 222244333 6.50
40946BA12 332222343 6.00
40946BA14 011124333 4.00
40946DF13 233325244 6.50
40946DF15 243322343 6.00
60246MC11 434334442 7.00
60246MC14 121333342 6.00
60246SE12 211311221 4.50
60246SE15 343442222 7.00
60246UP13 333333224 6.00
60246UPO6 332343433 8.00
60646PG01 322433343 7.00
60646PG05 211322222 4.50
60646PP02 221213111 4.00
60646PP04 111223222 4.50
60646BO03 111211211 3.00
60646BO06 101222111 3.00
61046UP01 223022012 3.50
61046UP05 332211231 5.00
61046MC02 333111112 3.50
61046MC06 011111133 4.50
61046CC03 111233222 4.50
61046CC04 222211221 5.00

10347PN11 555544434 7.50
10347PN14 445555533 8.00
10347GA12 455335333 5.00
10347GA13 554555554 7.50
10747GA11 121111233 2.00
10747GA14 544555455 8.00
10747ON12 222100132 2.00
10747ON13 433324344 5.00
20447PNO2 233334555 6.00
20447UP14 222132424 5.00
20447PNO6 555455545 7.00
20447PN17 112111324 4.00
20747ON01 222122144 2.00
20747ON02 122111154 2.00
20747CR03 545455544 7.00
20747CR04 123131244 3.00

41048ONO1 332432344 7.00
41048ONO4 243344243 6.00
41048ON13 432433444 8.00
41048ON15 432433343 7.50
41048UPO2 343244243 6.00
41048UPO6 233222342 5.00
60248MC11 323344344 7.00
60248MC14 434444444 8.00
60248SE12 332232222 5.00
60248SE15 422433334 7.00
60248UP13 221233333 5.00
60248UPO6 222223234 5.00
60648PG01 322343332 6.00
60648PG05 323434343 7.00
60648PP02 222233343 6.00
60648PP04 444444333 8.00
60648BO03 332332232 5.00
60648BO06 222223242 5.00
```

```
61048UP01 443322232 7.00
61048UP15 223222232 6.00
61048MC02 022232232 5.00
61048MC06 332322332 6.00
61048CC03 232334332 7.00
61048LC04 344444344 8.00

10149PI01 243223233 6.00
10149PI04 233232232 6.50
10149UN02 032122232 5.00
10149UN03 122221120 4.00
20149UN13 2  232232 5.00
20149UN15 232211233 6.50
20149PN14 343332232 6.00
20149PN16 322322333 6.50
20149PN01 232211121 4.00
20149PN02 232232133 4.50
30349TU03 333333333 7.00
30349GA16 231232333 6.00
30349GA12 032232233 5.50
30349PN14 132232332 5.50
30349TU05 333333344 7.50
30549UN11 222201222 5.00
30549UN15 333221232 5.50
30549UN02  221311  4.50
30549UN06 343221222 4.50
30549PI04 343343233 6.00
30549PI07 333333333 7.00
30549PI13 333331232 5.50
30549PI18 233333323 6.75

40353TU01 342432322 7.00
40353PI03 243222133 4.00
40353PI12 344234024 5.00
40653BG11 444455354 7.00
40653BG15 332233223 6.00
40653BG03 233143243 4.50
40653BG04 443033243 5.00
40653TU02 222231123 5.50
40653TU06 433410233 7.00
40953CC01 343244243 5.50
40953CC06 442353342 7.00
40953BA12 443343244 6.00
40953BA14 233422343 6.00
40953UF13 442255333 4.50
40953UF15 432132333 6.50

40154UP11 433321443 6.00
40154UP16 21 100013 3.00
40154CC12 110201454 4.00
40154CC14 520331223 4.00
40154GA13 545444433 8.00
40154GA15 555544555 8.00
41154PI01 555545555 9.00
41154PI03 100211011 3.00
41154PI12 323011110 3.00
41154PI14 545221132 4.00
60754CC11 555555555 9.00
60754CC16 555454555 9.00
60754GA12 100221112 3.00
60754GA14 133211212 4.00
60754BU13 221110113 4.00
60754BU15 545444323 6.00
61154UP11 433343222 5.00

61154UP14 544554555 8.00
61154SE12 111  111 2.00
61154SE16 221110111 4.00
61154GA13 554455555 8.00
61154GA15 010110010 2.00

21055UP01 443354223 7.00
21055UP06 254434344 6.00
21055UN02 444232443 7.00
21055UN04 544433454 7.50
21055VC03 554254444 8.00
21055VC05 034422354 4.00
60355MC11 433554354 7.00
60355MC14 222322343 5.00
60355SE12 554432343 6.00
60355SE15 354555454 8.00
60355UP33 222333232 5.00
60355UP06 444444455 8.00
60755CC11 444244344 7.00
60755CC16 444454454 9.00
60755GA12 555442241 7.00
60755GA14 434545544 8.00
60755BU13 133334554 6.00
60755BU15 555355251 7.00
61155UP11 44434425  7.00
61155UP14 434322354 7.00
61155SE12 44343324  7.00
61155SE16 22 333244 6.50
61155GA13 554332255 8.00
61155GA15 022334243 5.00

10256PB01 554443443 7.00
10256PB05 442554552 8.00
10256UP12 223232332 5.00
10256UP14 321442444 7.00
10256UP03 222354455 6.00
10256UP06 432021343 5.00
10656UP01 434223443 7.00
10656UP03 433422454 6.00
10656PB02 212333253 6.00
10656PP04 431221443 5.00
10756GA11 54435 443 6.00
10756GA14 234122244 5.00
10756UN12 444343444 7.00
10756UN13 554555554 9.00
10956UP01 221432353 5.50
10956UP03 222333323 5.50
10956PI12 011222243 4.00
10956PI14 442453343 6.50
```

DONNEES SUPPLEMENTAIRES

Présentation de l'individu

- Identificateur (10 colonnes)

2 premières colonnes : N° de juge

3ème colonne : nouveau numéro attribué au juge

4ème colonne : N° de séance

5ème colonne : N° de la marque

6e, 7e, 8e colonnes : non utilisées dans notre cas

9ème colonne : N° de demi-poulet

- 9 notes partielles

```
2251213121  3443214433
2251213212  3343333332
2251314111  3234612034
2251312212  3123333423
2251321111  3344422333
2251322222  3333344334
2252124111  3423423333
2252122222  3333234444
2252132111  4234564554
2252133222  3223433333
2252221121  3433213233
2252223212  3433433333
2252331121  3333433333
2252331212  3223443333
2253142121  3023433033
2253142212  3333343433
2253234111  3334224233
2253233222  3333433333
2253243111  4334333333
2253241222  3323443343
2253342121  3434444434
2253341212  3233333333

2431213121  3443214432
2431213212  2323433232
2431314111  4333224444
2431312212  3534335544
2431321111  5444333343
2431322222  2403333444
2432124111  2431223334
2432122222  2233331242
2432132111  2333443532
2432133222  4334344454
2432221121  1332324333
2432223212  1233133322
2432331121  2442423432
2432331212  3432533343
2433142121  2342333324
2433142212  2333422323
2433234111  2332324243
2433233222  1123224454
2433243111  2223224433
2433241222  3343224424
2433342121  3443524444
2433341212  1224433443

2541213121  4553334444
2541213212  3424422454
2541314111  3424514534
2541312212  3434324454
2541321111  4444564454
2541322222  4434524454
2542124111  4444324454
2542122222  4534424254
2542132111  4425545554
2542133222  5543434455
2542231121  2544433554
2542223212  3544534554
2542331121  3444544454
2542331212  5344533454
2543142121  5333434444
2543142212  4423524453
2543234111  4325544454
```

2543233222	32?45455?
2543243111	4314?2?44
2543241222	5325554553
2543342121	5545545554
2543341212	3425?4?54
3461213121	4442312?3
3461213212	3433323?4
3461314111	4543320?3
3461312212	2422?0423
3461321111	3432310?3
3461322222	0434312?3
3462124111	4442212?2
3462122222	3434433?4
3462132111	4432?54?4
3462133222	3423?2?43
3462221121	0423?3233?
3462223212	4234?2?33?
3462331121	3422?3044
3462331212	3434433?4
3463142121	4433?42?2
3463142212	2434?2023
3463234111	4323?3243?
3463233222	3543?2454
3463243111	4444432?2
3463241222	4444?2343
3463342121	5443432?4
3463341212	3?2?42?44
5421213121	4443343?3
5421213212	3323333?2
5421314111	4442213?3
5421312212	2211211?0
5421321111	1100101?0
5421322222	4443434?3
5422124111	4442113?4
5422122222	1203423?3
5422132111	4443324?4
5422133222	3232213?3
5422221121	3321103?3
5422223212	4333233?3
5422331121	5444254?4
5422331212	4453?4254
5423142121	5543?4454
5423142212	3442?2211
5423234111	4445444?4
5423233222	1132111?5
5423243111	2324?2434
5423241222	2232?2445
5423342121	4333323?4
5423341212	3434?3?43
5511213121	4553422?4
5511213212	4444441?3
5511314111	4443322?3
5511312212	3444?3354
5511321111	4443332?4
5511322222	1443432?4
5512124111	4444?3443
5512122222	2444?4354
5512132111	2443?2254
5512133222	2224?4354
5512221121	2244432?4
5512223212	4445?3444
5512331121	1345443?4
5512331212	3445?5355
5513142121	4445432?5
5513142212	4445444?4
5513234111	5545434?5
5513233222	4445?4455
5513243111	3445?3455
5513241222	3345?3454
5513342121	4444443?4
5513341212	0344443?4

DONNEES SOUMISES POUR STATIS.

```
60209MC14 222443242 5.00
60209SE12 543322222 5.00
60209SE15 021433433 6.00
60209UP13 000334235 4.00
60209UP06 322433444 7.00
60609PG01 432443443 8.00
60609PG05 211443444 6.00
60609PP02 211333221 5.00
60609PP04 432323242 6.00
60609B003 232333443 6.00
60609B006 211211111 4.00
61009UP01 442222221 5.00
61009UP05 532100243 4.00
61009MC02 211444232 6.00
61009MC06 200554232 6.00
61009CC03 210543554 8.00
61009CC04 101322222 4.00
60219MC14 444322444 7.50
60219SE12 434444223 7.50
60219SE15 344454323 7.00
60219UP13 233322322 5.00
60219UP06 434433221 5.50
60619PG01 334343323 6.50
60619PG05 422454343 7.50
60619PP02 434334344 7.50
60619PP04 234321324 5.00
60619B003 433212434 5.50
60619B006 444322333 6.00
61019UP01 432342222 5.50
61019UP05 333202322 4.00
61019MC02 122232233 3.50
61019MC06 212233142 4.50
61019CC03 312222332 3.00
61019CC04 333212243 5.00
60222MC14 344355333 6.50
60222SE12 312323313 6.50
60222SE15 344434333 6.50
60222UP13 553444455 8.50
60222UP06 543424434 8.00
60622PG01 423444422 8.00
60622PG05 323334323 7.00
60622PP02 312324334 6.00
60622PP04 322323443 6.00
60622B003 333323313 6.50
60622B006 444433432 7.50
61022UP01 444434443 8.50
61022UP05 343333312 6.50
61022MC02 334334324 7.00
61022MC06 322323323 6.00
61022CC03 443344343 8.00
61022CC04 323344324 7.00
60226MC14 322233044 6.00
60226SE12 433332344 7.50
60226SE15 433443322 7.00
60226UP13 444422444 8.50
60226UP06 443322433 8.00
60626PG01 433522422 8.00
60626PG05 433333333 7.50
60626PP02 332222233 6.50
60626PP04 211311233 6.00
60626B003 322332244 7.50
60626B006 322311232 6.00
61026UP01 443421433 8.00
61026UP05 433333433 7.50
61026MC12 322333433 7.50
61026MC06 21 333333 7.00
61026CC03 443421433 8.00
61026CC04 233433444 7.50
60227MC14 322331233 6.00
60227SE12 311231213 5.00
60227SE15 422332013 4.00
60227UP13 321221233 4.00
60227UP06 332242333 6.00
60627PG01 423432442 8.00
60627PG05 211332343 6.00
60627PP02 333221243 6.00
60627PP04 211242242 5.00
60627PU03 311221342 5.00
60627B006 212241332 6.00
61027UP01 343131233 5.00
61027UP05 323210232 3.00
61027MC02 332221232 4.00
61027MC06 022021033 3.00
61027CC03 021243244 4.00
61027CC04 022321033 4.00
60229MC14 352442555 8.00
60229SE12 443443345 7.00
60229SE15 332220223 5.00
60229UP13 552254325 6.00
60229UP06 02 221213 3.00
60629PG01 344253434 8.00
60629PG05 322443244 6.00
60629PP02 233245232 6.00
60629PP04 333244232 5.00
60629B003 553244422 7.00
60629B006 013210223 4.00
61029UP01 355211322 4.00
61029UP05 333320444 5.00
61029MC02 433244455 6.00
61029MC06 454255424 7.00
61029CC03 454355433 8.00
61029CC04 0 232332 3.00
60246MC14 121333342 6.00
60246SE12 211311221 4.50
60246SE15 343442222 7.00
60246UP13 333333224 6.00
60246UP06 332343433 8.00
60646PG01 322433343 7.00
60646PG05 211322222 4.50
60646PP02 221213111 4.00
60646PP04 111223222 4.50
60646B003 111211211 3.00
60646B006 101222111 3.00
61046UP01 223022012 3.50
61046UP05 332211231 5.00
61046MC02 333111112 3.50
61046MC06 011111133 4.50
61046CC03 111233222 4.50
61046CC04 222211221 5.00
60248MC14 434444444 8.00
60248SE12 332232222 5.00
60248SE15 422433334 7.00
60248UP13 221233333 5.00
60248UP06 222223234 5.00
60648PG01 322343332 6.00
60648PG05 323434343 7.00
60648PP02 222233343 6.00
60648PP04 444444333 8.00
60648B003 332332232 5.00
60648B006 222223242 5.00
61048UP01 443322232 7.00
61048UP05 223222232 6.00
61048MC02 022232232 5.00
61048MC06 332322332 6.00
61048CC03 232334332 7.00
61048CC04 344444344 8.00
```

même identificateur que celui des données de bases.
[Le programme utilisé numérote les individus (poulets) de 1 à 17 pour chaque juge].

N° de juges	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6
1	0.688	0.729	0.67	0.359	0.364	0.148
3	0.773	0.685	0.547	0.268	0.604	0.357
4	0.457	0.646	0.558	0.794	0.487	0.405
5	0.563	0.341	0.341	0.24	0.083	0.167
7	0.77	0.518	0.636	0.417	0.376	0.409
8	0.58	0.285	0.46	0.69	0.388	0.283
9	0.764	0.799	0.682	0.317	0.499	0.110
11	0.115	-0.02	0.257	0.313	0.144	0.057
12	0.43	0.119	0.169	0.255	0.005	0.135
13	0.609	0.417	0.645	0.236	0.095	0.245
15	0.736	0.688	0.816	0.738	0.661	0.579
16	0.357	0.566	0.198	0.619	0.246	0.277
18	0.463	0.558	0.518	0.443	0.309	0.253
19	0.398	0.626	0.474	0.226	-0.179	0.081
20	0.36	0.288	0.383	0.502	0.149	0.282
22	0.432	0.406	0.316	0.662	0.319	0.278
24	0.654	0.602	0.577	0.324	0.322	0.217
25	0.451	0.523	0.527	0.314	0.075	0.229
26	0.517	0.429	0.204	0.532	0.254	0.212
27	0.299	0.392	0.072	0.356	0.18	0.002
28	0.351	0.789	0.645	0.353	0.609	0.119
29	0.537	0.496	0.392	0.368	0.199	0.255
30	0.475	0.719	0.449	0.417	0.351	0.085
31	0.715	0.598	0.551	0.719	0.229	0.304
32	0.637	0.716	0.611	0.656	0.535	0.488

33	0.761	0.482	0.561	0.279	0.424	0.162
34	0.261	0.082	0.102	0.233	0.011	0.112
36	0.545	0.565	0.681	0.752	0.554	0.448
38	0.726	0.5	0.555	0.694	0.341	0.502
39	0.324	0.361	0.387	0.344	0.179	0.139
40	0.843	0.61	0.754	0.377	0.441	0.185
41	0.623	0.6	0.805	0.712	0.591	0.462
42	0.696	0.755	0.652	0.763	0.522	0.509
43	0.78	0.759	0.827	0.706	0.787	0.728
44	0.451	0.768	0.568	0.586	0.403	0.371
45	0.709	0.596	0.561	0.584	0.465	0.488
46	0.688	0.419	0.689	0.449	0.441	0.339
47	0.891	0.873	0.364	0.793	0.477	0.595
48	0.415	0.488	0.449	0.601	0.383	0.237
49	0.482	0.473	0.641	0.566	0.436	0.237
53	0.251	0.179	0.082	0.265	0.22	0.237
54	0.865	0.91	0.89	0.78	0.766	0.736
55	0.663	0.372	0.362	0.084	0.092	0.143
56	0.675	0.56	0.241	0.54	0.275	0.198

Tableau II.2.a

N° de juges	ρ_{11}
1	0.696
13	0.668
4	0.554
5	0.415
7	0.641
8	0.442
9	0.748
11	0.117
12	0.239
13	0.557
15	0.747
16	0.374
18	0.513
19	0.499
20	0.344
22	0.385
24	0.611
25	0.5
26	0.383
27	0.255
28	0.595
29	0.475

N° de juges	ρ_{11}
30	0.547
31	0.621
32	0.655
33	0.601
34	0.148
36	0.597
38	0.594
39	0.357
40	0.736
41	0.676
42	0.701
43	0.789
44	0.595
45	0.622
46	0.599
47	0.709
48	0.451
49	0.532
53	0.171
54	0.888
55	0.466
56	0.492

Tableau II.2.b

N° de juges	$n_j tr(R_j - N_j)^2$
1	32.16
3	38.484
4	43.52
5	35.796
7	32.274
8	56.056
9	22.101
11	66.48
12	70.968
13	51.15
15	7.661
16	51.712
18	37.262
19	47.16
20	55.499
22	54.511
24	32.592
25	58.138
26	105
27	69.768
28	52.58
29	47.71

N° de juges	$n_j tr(R_j - N_j)^2$
30	48.4
31	47.628
32	18.886
33	46.965
34	96.75
36	38
38	24.986
39	47.56
40	22.052
41	18.81
42	19.084
43	6.465
44	23.715
45	18.512
46	14.76
47	59.296
48	24.024
49	31.464
53	72.39
54	7.106
55	40.368
56	33.21

Tableau II.2.c

N° de juges	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6
22	0.133	0.425	0.213	0.516	0.24	0.052
24	0.416	0.164	0.245	0.269	0.077	0.081
25	0.218	0.378	0.11	0.085	0.179	-0.092
34	0.225	0.307	0.153	-0.001	0.164	0.095
54	0.796	0.632	0.649	0.563	0.453	0.436
55	0.484	0.353	0.413	0.338	0.306	-0.106

Tableau II.3.a

N° de juges	$(RM)^2$
1	0.6146
3	0.7389
4	0.7289
5	0.7967
7	0.5643
8	0.8376
9	0.8456
11	0.6766
12	0.8708
13	0.8547
15	0.8076
16	0.8228
18	0.7738
19	0.8587
20	0.8082

N° de juges	$(RM)^2$
22	0.7238
24	0.8319
25	0.6368
26	0.7791
27	0.8096
28	0.5565
29	0.7586
30	0.7924
31	0.8958
32	0.6917
33	0.7546
34	0.6673
36	0.8586
38	0.8677
39	0.62

N° de juges	$(RM)^2$
40	0.5247
41	0.8334
42	0.9415
43	0.9559
44	0.8471
45	0.6624
46	0.8996
47	0.9868
48	0.8651
49	0.8370
53	0.8154
54	0.9533
55	0.817
56	0.9162

Tableau II.5.a

N° de juges	$Var(RM)^2$
1	0.0114
3	0.0111
4	0.0031
5	0.0034
7	0.0238
8	0.0018
9	0.0015
11	0.007
12	0.0024
13	0.0048
15	0.0025
16	0.0064
18	0.0025
19	0.002
20	0.0059
22	0.0014
24	0.0033
25	0.0082
26	0.003
27	0.0034
28	0.0218
29	0.0027

N° de juges	$Var(RM)^2$
30	0.0054
31	0.0021
32	0.0069
33	0.0058
34	0.0059
36	0.0018
38	0.0023
39	0.0061
40	0.0128
41	0.0024
42	0.0004
43	0.0004
44	0.0046
45	0.0116
46	0.01
47	0.0000
48	0.0026
49	0.0038
53	0.0074
54	0.0003
55	0.0045
56	0.0014

Tableau II.5.b

N° de juges	$(RM)^2$
1	0.5276
3	0.6972
4	0.6443
5	0.7782
7	0.3228
8	0.7527
9	0.8341
11	0.6331
12	0.7844
13	0.738
15	0.7939
16	0.7201
18	0.7617
19	0.8368
20	0.7322
22	0.7088
24	0.7763
25	0.5255
26	0.7537
27	0.7707
28	0.5068
29	0.7201

N° de juges	$(RM)^2$
30	0.7322
31	0.8399
32	0.5241
33	0.7187
34	0.6296
36	0.8233
38	0.8156
39	0.5847
40	0.4976
41	0.770
42	0.9091
43	0.8451
44	0.7604
45	0.5336
46	0.8824
47	0.9635
48	0.8257
49	0.7319
53	0.6729
54	0.9444
55	0.5876
56	0.8584

Tableau II.5.c

N° de juges	$b^{(1)}$	$b^{(2)}$	$b^{(3)}$	$b^{(4)}$
1	0.0496	0.5936	0.2582	0.1076
3	0.0825	0.5627	0.1955	0.2553
4	-0.175	0.0822	0.0783	0.8592
5	0.5027	0.6179	0.6505	-0.143
7	0.3525	-0.0405	-0.3127	0.5543
8	0.2582	0.3837	-0.0605	0.5713
9	0.0051	0.2858	0.1979	0.7493
11	0.0164	0.4129	0.3321	0.6576
12	0.0102	-0.0333	0.76	0.7839
13	0.2858	0.6705	0.4708	0.0188
15	-0.2513	0.0935	0.3023	0.8272
16	0.0241	0.4773	0.0454	0.5155
18	0.2858	0.0689	0.0593	0.7879
19	0.6279	0.6704	0.6735	-0.0688
20	0.618	0.6036	0.5526	-0.4749
22	0.1788	-0.0195	0.0595	0.8173
24	0.5263	0.602	0.3601	-0.1484
25	0.261	-0.1065	0.3283	0.5822
26	0.3173	0.4232	0.1203	0.4307
27	0.1803	0.4855	0.3525	0.567
28	-0.7224	0.1637	-0.5436	1.3625
29	0.6079	0.5618	0.3856	-0.2044
30	0.0857	0.2198	0.5425	0.4396

31	-0.0485	-0.2887	0.0011	1.2245
32	0.5852	-0.0512	0.1367	0.2315
33	-0.0581	0.5632	0.3605	0.276
34	0.0397	0.3086	0.1763	0.9298
36	0.1965	0.2814	0.4117	0.2594
38	0.1564	0.0313	0.559	0.385
39	0.2419	0.2379	0.1802	0.5629
40	0.2187	0.598	0.2281	-0.0604
41	0.172	0.3238	-0.032	0.5922
42	-0.0337	0.188	0.4189	0.5597
43	-0.555	0.5812	0.5034	0.3935
44	0.2645	-0.0034	0.6506	0.2782
45	0.2655	0.3622	0.3868	-0.0514
46	0.2782	0.5401	0.3664	0.1479
47	-0.4684	0.3463	-0.067	1.1847
48	0.3027	0.2631	0.1364	0.581
49	0.0709	0.2498	0.5976	0.2228
53	-0.1479	-0.2365	-0.2704	1.3794
54	0.3268	0.5102	0.5046	-0.2634
55	0.52	0.3421	0.1953	0.2664
56	0.3057	0.5961	0.1178	0.3135

Tableau II.5.d

B I B L I O G R A P H I E

1. BANFIELD C.F. and HARRIES J.M. (1975)
A technique of comparing judges' performance in sensory tests.
J.Fd. Technol. (1975) 10, 1-10.

2. BOUROCHE J.M. (1971)
Analyse des proximités et analyse des préférences.
Métra vol. X N° 4. Séma.

3. BOUROCHE J.M. (1975)
Double analyse en composantes principales.
Thèse de 3eme cycle, Université de Paris VI.

4. CAILLEZ F. et PAGES J.P. (1976)
Introduction à l'analyse des données.
SMASH Paris.

5. ESCOUFIER Y. (1973)
Le traitement des variables vectorielles.
Biometrics, 29, 750-760.

6. ESCOUFIER Y. (1974)
Le positionnement multidimensionnel.
Rapport technique n° 7504, GRIG, Montpellier.

7. ESCOUFIER Y. (1975)
Utilisation de la notion d'opérateurs associés à un tableau.
Note de travail, Journées d'études, INSEE.

8. ESCOUFIER Y. et L'HERMIER DES PLANTES H. (1977)
A propos de la comparaison graphique des matrices de variance.
Rapport technique n° 7703.

9. FENELON J.P. et LEBART L. (1973)
Statistique et Informatique appliquée
Dunop.

10. GOWER J.C. (1966)
Some distances properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. Biometrika 53, 325-338.

11. GOWER J.C. (1975)
Generalized procrustes analysis.
Psychometrika vol. 40, N° 1, 33.

12. KENDALL M.G. and STUART A.
The advanced theory of statistics.
Griffin, vol. 1, 2, 3.

13. LEBART L. - MORINCEAU A. - TABARD N. (1977)
Techniques de la description statistique.
Dunop.

14. L'HERMIER DES PLANTES H. (1976)
Structuration des tableaux à trois indices de la statistique (STATIS) : Théorie et application d'une méthode d'analyse conjointe. Thèse de 3ème cycle. Université du Languedoc, Montpellier.

15. RAO C.R. (1965)
The use and interpretation of principal component analysis in applied research. Sankhya : the Indian Journal of Statistics, 329-358.

16. TOMASSONE R. et FLANZY C. (1977)
Présentation synthétique de diverses méthodes d'analyse des données fournies par un jury de dégustateurs. Ann. Technol. Agric. 1977, 26 (4), 373-418.

17. TORGERSON (1958)
Theory and method of scaling.
Wileys & Sons, Inc. New-York.

N° D'IMPRESSION 478
1er TRIMESTRE 1981